

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ МАССИВА ПОРОД ВОКРУГ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ВЫРАБОТКИ ПО ДАННЫМ ИЗМЕРЕНИЙ СМЕЩЕНИЙ НА ЕЕ КОНТУРЕ

А.И. Чанышев<sup>1,2</sup>, И.М. Абдулин<sup>1</sup>, Л.В. Городилов<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Институт горного дела им. Н.А. Чинакала СО РАН, Новосибирск, Россия

<sup>2</sup> Новосибирский государственный университет экономики и управления,  
Новосибирск, Россия, e-mail: a.i.chanyshhev@gmail.com

**Аннотация:** Предлагается способ определения напряженно-деформированного состояния массива пород вокруг цилиндрической выработки произвольного сечения по данным измерений нормальных и тангенциальных смещений ее границы. В его основе лежит решение краевой задачи Коши, когда на одной и той же границе задаются одновременно и вектор напряжений Коши, и вектор смещений. Нормальные и тангенциальные смещения разлагаются в ряды Фурье. Задача решается с применением формул Колосова–Мусхелишвили для произвольной формы сечения цилиндрической выработки, отображаемой с помощью конформного преобразования на контур единичной окружности. Получены комплексные потенциалы, выражения напряжений, перемещений в полярной и в прямоугольной декартовой системах координат. Для проверки расчетной схемы проведены эксперименты по сжатию образцов из эквивалентных горным породам материалов (оргстекло, песчано-цементная смесь, мрамор) с цилиндрическим отверстием в них. По данным измерений нормальных и тангенциальных смещений на границе отверстия произведен перерасчет приложенной нагрузки к образцу, его геометрических параметров. Полученные результаты расчетов нагрузок и габаритов образца и сравнение их с реальными значениями подтверждают возможность применения предложенного способа оценки НДС массива пород вокруг выработок.

**Ключевые слова:** массив пород, выработка, контур, смещения, прогноз, напряжения, деформации, структура.

**Благодарность:** Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 22-17-00188).

**Для цитирования:** Чанышев А. И., Абдулин И. М., Городилов Л. В. Определение напряженно-деформированного состояния массива пород вокруг цилиндрической выработки по данным измерений смещений на ее контуре // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2025. – № 3. – С. 80–94. DOI: 10.25018/0236\_1493\_2025\_3\_0\_80.

---

## Stress–strain assessment of rock mass around cylindrical opening by its boundary displacement measurements

A.I. Chanyshv<sup>1,2</sup>, I.M. Abdulin<sup>1</sup>, L.V. Gorodilov<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Chinakal Institute of Mining Siberian Branch, Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, Russia

<sup>2</sup> Novosibirsk State University of Economics and Management, Novosibirsk, Russia,  
e-mail: a.i.chanyshv@gmail.com

---

**Abstract:** The article offers a method of stress–strain assessment of rock mass around a cylindrical opening of random cross-section by measurements of normal and tangential displacements of the opening boundary. The method includes solution of a Cauchy boundary-value problem, when the Cauchy stress vector and the displacement vector are set simultaneously at the boundary of the opening. The normal and tangential displacements are expanded into the Fourier series. The problem solving uses Kolosov–Muskhelishvili’s formulas for an arbitrary cross-section cylindrical opening imaged by a conformal transformation on a single circle. The complex potentials, and the expressions of stresses and displacements in the polar and rectangular coordinate systems are obtained. For checking the computational model, the compression tests are performed with the samples made of equivalent materials (organic glass, cement-and-sand mixture, marble) and with a cylindrical hole. By the measured normal and tangential displacements of the hole boundary, the calculations of the applied load and geometrics of the samples is carried out. The calculated loads and sizes of the samples are compared with their actual values, and the comparison results prove usability of the proposed method for the stress–strain assessment of rock mass around mine openings.

**Key words:** rock mass, mine opening, boundary, displacements, prediction, stresses, strains, structure.

**Acknowledgements:** The study was supported by the Russian Science Foundation, Project No. 22-17-00188.

**For citation:** Chanyshv A. I., Abdulin I. M., Gorodilov L. V. Stress–strain assessment of rock mass around cylindrical opening by its boundary displacement measurements. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2025;(3):80-94. [In Russ]. DOI: 10.25018/0236\_1493\_2025\_3\_0\_80.

---

### Введение

Вопросам отыскания НДС массива пород вокруг выработок посвящено множество работ как теоретического характера [1–3], так и экспериментального [4–6]. Как правило, теоретические опираются на решения первой, второй, смешанной краевых задач теории упругости, когда в бесконечно удаленных точках массива пород должны быть заданы либо напряжения, либо перемещения, либо на части границы — напряжения, на другой ее части — перемещения [7, 8]. Эти данные неизвестны, поэтому для их определения применяются различные ги-

потезы, такие, как, например, наличие гравитационной составляющей [9], сил бокового давления [10].

Напряжения на «бесконечности» задаются в виде определенных констант [1, 11], смещения в этих точках представляются линейными функциями координат [1].

От полученных данных зависит прогноз безопасного ведения горных работ — чем точнее исходная информация о поведении массива пород в бесконечно удаленных точках, тем более достоверными будут сведения о состоянии породного массива вблизи выработок.

Для оценки напряжений на «бесконечности» разработано множество рекомендаций [6, 12, 13]. В рамках предположения об однородности НДС нетронутого массива пород, когда выработок в нем не было, рекомендованы различные методы щелевой разгрузки торца керна [14, 15], на основе которых указывались направления главных осей тензора напряжений, абсолютные значения его главных компонент. В помощь к ним привлекаются другие подходы, например, метод фотоупругих датчиков [16], акустические методы [17]. Оценивая данные работы в целом, следует сказать, что они относятся к точечным методам, когда исследуется НДС в какой-то определенной точке, при этом нет доказательств того, что в соседних точках или областях результаты будут теми же самыми. Для этого состояние во всем массиве пород должно быть существенно однородным. На произвольность такого допущения, по-видимому, впервые было обращено внимание в работе [18], когда граничные смещения вокруг разгрузочной щели измерялись не только на торце образующегося керна, но и на границе образующейся скважины. При этом следует подчеркнуть, что измерения расстояний здесь производились только для подсчета радиальных смещений (танген-

циальные смещения в [18] не исследовались).

В настоящей работе, в отличие от [18], предлагается измерять как полные нормальные, так и полные касательные (тангенциальные) смещения на контуре рассматриваемой выработки, связанные непосредственным образом с нагрузками, приложенными на «бесконечности». Они априори считаются неизвестными, известными будут являться полные смещения точек контура выработки в момент ее образования. По этим данным и условиям того, что контур выработки свободен от напряжений, из решения краевой задачи Коши определяются искомые напряжения, деформации, смещения вокруг выработки, позволяющие спрогнозировать состояние массива пород вокруг выработки с наиболее высокой надежностью, которая будет зависеть только от точности измерений нормальных и тангенциальных смещений вокруг разгрузочной щели.

### Исходные предпосылки расчетной схемы

Рассмотрим следующую задачу. Пусть имеется некоторое пространство в виде массива горных пород, в котором требуется создать выработку определенной конфигурации с известной границей  $L$  (рис. 1). Задача состоит в определении состояния массива пород вокруг будущей выработки с контуром  $L$  при неизвестных условиях нагружения на «бесконечности» и известных его физико-механических свойствах в виде констант упругости.

Для решения задачи предлагается использовать кольцевую разгрузку, состоящую в следующем. В намеченной части массива пород, где будет располагаться реальная выработка, в уменьшенных размерах создается ее макет с той же самой формой границы  $L$ . Для этого поверхность массива пород в указанном

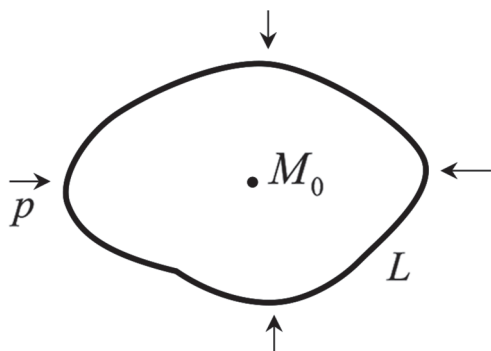


Рис. 1. Предлагаемая выработка с границей  $L$  в нагруженном состоянии массива пород

Fig. 1. Proposed working with a boundary  $L$  in a loaded state of the rock massif

месте шлифуется, на ней размечается контур будущей выработки. При этом следует иметь в виду, что до разметки контура  $L$  его точки за счет приложения нагрузок на «бесконечности» уже получили какие-то нормальные и тангенциальные смещения  $u_n^1, u_t^1$ , которые, как и нагрузки на «бесконечности», также априори неизвестны. Затем происходит упругая разгрузка контура путем создания замкнутой цилиндрической щели, повторяющей заданный контур  $L$ . В результате разгрузки образуются керн и скважина, материал на границе этих фигур получает разгрузочные смещения.

Смещения на контуре керна в случае упругого деформирования исследуемого пространства будут направлены наружу. Их значения  $u_n^1, u_t^1$ , взятые с противоположным знаком, возможно использовать для решения второй краевой задачи механики деформируемого твердого тела для оценки НДС внутри керна (но не всего массива пород, а только в окрестности точки  $M_0$  на рис. 1). Точки контура  $L$  на скважине при разгрузке также получают дополнительные смещения, направленные к центру области (к точке  $M_0$ ). Обозначим эти смещения как  $u_n^2, u_t^2$ , они происходят при неизменных условиях на «бесконечности» за счет снятия силовых ограничений на контуре  $L$ . Учитывая, что смещения  $u_n^1, u_t^1$  являются непрерывными функциями координат, т.е. являются одинаковыми по величине справа и слева от контура  $L$  до образования щели, то из этих двух результатов следует, что полные смещения точек контура  $L$  при разгрузке, обозначаемые как  $u_n^0, u_t^0$ , будут являться алгебраическими суммами полученных смещений:

$$u_n^0 = u_n^1 + u_n^2, \quad u_t^0 = u_t^1 + u_t^2. \quad (1)$$

Все слагаемые в (1) определяются экспериментально в результате разгрузки  $L$ . При этом нужно учитывать, что

при разгрузке контура  $L$  все его точки становятся свободными от напряжений, т.е. на нем выполняются условия

$$\sigma_n = 0, \quad \tau_n = 0. \quad (2)$$

Задача (1), (2) для массива пород с выработкой называется задачей Коши [19, 20], ее решение определяет НДС массива пород в окрестности выработки с контуром  $L$ , включая ее граничные точки и точки, расположенные на удалении.

Отметим, что в момент полной разгрузки задача Коши возникает также на границе керна, когда в случае упругости выполняются следующие граничные условия:

$$\begin{cases} \sigma_n = 0, \quad \tau_n = 0, \\ \bar{u}^0 = \bar{u}_1 + (-\bar{u}_1) = \bar{0}. \end{cases} \quad (3)$$

В отличие от керна на границе скважины условия получаются аналогичными (3), но с ненулевыми смещениями на границе  $L$ :

$$\begin{cases} \sigma_n = 0, \quad \tau_n = 0, \\ \bar{u}^0 = \bar{u}_1 + \bar{u}_2 \neq \bar{0}. \end{cases} \quad (4)$$

Решая задачу Коши для керна, находим, что все перемещения и напряжения в керне в момент полной разгрузки обращаются в ноль. Для массива пород со скважиной решение задачи Коши будет ненулевым из-за ненулевых смещений на границе.

Покажем решение задачи Коши для данного случая на примере круговой цилиндрической выработки.

### Решение задачи Коши для цилиндрической выработки

Рассмотрим задачу о НДС массива пород вокруг цилиндрической выработки, когда на контуре известны смещения самого общего характера, т.е. на контуре  $r = a$ , свободного от напряжений, считаются известными функции  $u_r = u_r(\theta)$ ,  $u_\theta = u_\theta(\theta)$ . Считаем, что внутри массива пород выполняются следующие уравнения [1]:

$$\begin{cases} X_x + Y_y = 2[\varphi'(z) + \overline{\varphi'(z)}], \\ Y_y - X_x + 2iX_y = 2[\bar{z}\varphi''(z) + \psi'(z)], \\ 2\mu(u + iv) = \Re\varphi(z) - z\overline{\varphi'(z)} - \overline{\psi(z)}. \end{cases} \quad (5)$$

Эти формулы означают, что внутри массива пород выполняются условие совместности деформаций, уравнения равновесия, соотношение закона Гука. Для определения состояния (5) применим граничное условие вида

$$\sigma_r = 0, \tau_{r\theta} = 0, u_r = u_r(\theta), u_\theta = u_\theta(\theta). \quad (6)$$

Состояние (5) справедливо при любом промежуточном положении массива пород. Здесь же, применяя к (5) условия (6), рассматриваем конечное или итоговое состояние массива пород. Для измерений смещений  $u_r, u_\theta$  на границе выработки, как и в предыдущем случае, на поверхность массива пород наносится контур выработки. Контур освобождается от напряжений с помощью круговой щели. Измеряются смещения контура керна, контура отверстия, имитирующего контур выработки. Смещения складываются безотносительно характера напряженного состояния керна. В итоге вычисляются смещения  $u_r = u_r(\theta), u_\theta = u_\theta(\theta)$ . Используя масштабный фактор, находим смещения контура выработки.

Задача заключается в нахождении комплексных потенциалов  $\varphi(z), \psi(z)$ , входящих в (5), с применением граничных условий (6). Перепишем уравнения в следующем виде:

$$\begin{aligned} \Re\varphi(\sigma) - \frac{\omega(\sigma)}{\omega'(\sigma)}\overline{\varphi'(\sigma)} - \overline{\psi(\sigma)} &= \\ = 2\mu(u_x + iu_y) &= 2\mu \frac{\sigma|\omega'(\sigma)|}{|\omega'(\sigma)|} (u_p + iu_\theta) \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \varphi(\sigma) + \frac{\omega(\sigma)}{\omega'(\sigma)}\overline{\varphi'(\sigma)} + \overline{\psi(\sigma)} &= \\ = f_1 + if_2 + const \end{aligned} \quad (8)$$

$z = \omega(\xi)$  — функция, отображающая контур  $L$  на единичную окружность  $|\sigma| = 1$ .

Для установления состояния (5) можно использовать два граничных условия: условие (7) для перемещений на границе  $r = a$ , другое условие на бесконечности — оно неизвестно, для дополнительного состояния можно считать, что смещения там равны нулю. В случае рассмотрения полного состояния массива пород можно только ограничиться общими соображениями вроде того, что смещения там на бесконечности несут неограниченный рост в виде линейной функции. Другое допущение — для установления состояния (5) можно использовать также два условия: граничное условие (8) при  $r = a$  и значения напряжений на бесконечности, которые также неизвестны. В худшем случае можно допустить, что напряжения там являются константами или линейными функциями координат.

В рассматриваемом варианте не ставятся никакие ограничения на рост смещений, напряжений на «бесконечности». Особенности роста этих величин на бесконечности устанавливаются на основе решения задачи при одновременном выполнении условий (7), (8). Есть массив пород, в котором должны выполняться соотношения (5), при граничных условиях (7), (8). Найдем решение поставленной задачи.

Рассмотрим случай плоской деформации. Пусть на границе  $r = a$  заданы смещения  $u_p$  и  $u_\theta$  (отсчитываемые от этой границы в естественном состоянии массива пород!). Здесь  $\rho$  и  $\theta$  — полярные координаты точки в комплексной плоскости  $\xi$  ( $z = \omega(\xi)$ ) [1].

Граничные условия для смещений  $u_r$  и  $u_\theta$  перепишем в виде разложения в ряды Фурье [1]:

$$u_p + iu_\theta = a \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k e^{ik\theta} = a \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k \sigma^k, \quad (9)$$

где  $\sigma$  — координата точки на контуре единичной окружности  $|\sigma| = 1$ ,

$$z = a\xi \quad (10)$$

— конформное отображение контура  $r = a$  на контур единичной окружности, коэффициенты разложения при этом равны

$$a_n = \frac{1}{2\pi a} \int_0^{2\pi} (u_p + iu_q) e^{-in\vartheta} d\vartheta, \quad n = 0, 1, -1, 2, -2, \dots$$

Дальнейший ход решения задачи — нахождение функций  $\varphi(z)$ ,  $\psi(z)$ , удовлетворяющих граничным условиям (7), (8). Складывая (7) и (8), получаем [19]:

$$(1 + \aleph)\varphi(\sigma) = 2\mu\sigma(u_p + iu_q), \quad (11)$$

потому что в силу (10)

$$\omega'_\xi = a, \quad \omega'(\sigma) = a, \quad \overline{\omega'(\sigma)} = a.$$

Из (11) следует, что

$$\varphi(\sigma) = 2\mu\sigma(u_p + iu_q) / (\aleph + 1). \quad (12)$$

Из (8) при условии (11) находим

$$\psi(\sigma) = -\overline{\varphi(\sigma)} - \varphi'(\sigma) / \sigma, \quad (13)$$

так как  $\overline{\omega(\sigma)} = a\bar{\sigma} = a / \sigma$ ,  $\overline{\omega'(\sigma)} = a$ .

Подставляя (9) в (12), (13), имеем

$$\varphi(\sigma) = \frac{2\mu}{\aleph + 1} a \sigma \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k \sigma^k = \frac{2\mu}{\aleph + 1} a \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k \sigma^{k+1} \quad (14)$$

$$\psi(\sigma) = -\frac{2\mu}{\aleph + 1} a \left[ \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \left( \overline{a_k} \frac{1}{\sigma^{k+1}} + (k+1) a_k \sigma^{k-1} \right) \right] \quad (15)$$

Заменяя здесь  $\sigma$  с условием  $|\sigma| = 1$  на величину  $\xi$  с произвольным значением модуля, получаем

$$\varphi(\xi) = \frac{2\mu}{\aleph + 1} a \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k \xi^{k+1}. \quad (16)$$

$$\psi(\xi) = -\frac{2\mu}{\aleph + 1} a \left[ \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \left( \overline{a_k} \frac{1}{\xi^{k+1}} + (k+1) a_k \xi^{k-1} \right) \right]. \quad (17)$$

Используем эти выражения для случая (10), согласно которому

$$\xi = z/a. \quad (18)$$

С учетом (18) из (16), (17) следует, что

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi(z) = \frac{2\mu}{\aleph + 1} a \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k \left( \frac{z}{a} \right)^{k+1}, \quad \psi(z) = -\frac{2\mu}{\aleph + 1} a \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \left[ \overline{a_k} \left( \frac{a}{z} \right)^{k+1} + (k+1) a_k \left( \frac{z}{a} \right)^{k-1} \right], \\ \Phi(z) = \varphi'(z) = \frac{2\mu}{\aleph + 1} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k (k+1) \left( \frac{z}{a} \right)^k, \\ \Psi(z) = \psi'(z) = -\frac{2\mu}{\aleph + 1} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \left[ -(k+1) \overline{a_k} \left( \frac{a}{z} \right)^{k+2} + (k+1)(k-1) a_k \left( \frac{z}{a} \right)^{k-2} \right]. \end{array} \right. \quad (19)$$

Формулы (19) определяют комплексные функции  $\varphi(z)$  и  $\psi(z)$ , удовлетворяющие граничным условиям (7), (8). С помощью (5) получаем равновесное состояние массива пород с цилиндрической выработкой радиуса  $a$ , контур которой свободен от напряжений, и с заданным на нем векторе смещений в виде (9).

Рассмотрим частный случай.

Пусть теперь на границе кругового отверстия  $r = a$

$$u_p = A + B \cos 2\vartheta, \quad u_\vartheta = C \sin 2\vartheta. \quad (20)$$

Тогда

$$u_p + iu_\vartheta = A + \frac{B+C}{2} e^{2i\vartheta} + \frac{B-C}{2} e^{-2i\vartheta}.$$

Введем обозначения

$$\alpha = \frac{A}{a}, \quad \beta = \frac{B+C}{2a}, \quad \gamma = \frac{B-C}{2a}.$$

С их учетом  $u_p + iu_\vartheta = a(\alpha + \beta\sigma^2 + \gamma/\sigma^2)$ . Находим на основе (14), (26), (15), (27), что

$$\varphi(\sigma) = \frac{2\mu a}{\aleph+1} \left( \alpha\sigma + \beta\sigma^3 + \frac{\gamma}{\sigma} \right), \quad \psi(\sigma) = -\frac{2\mu a}{\aleph+1} \left[ (3\beta + \gamma)\sigma + \frac{2\alpha}{\sigma} + \frac{(\beta - \gamma)}{\sigma^3} \right],$$

а на основе (30), (31), что

$$\varphi(z) = \frac{2\mu a}{\aleph+1} \left( \alpha \frac{z}{a} + \beta \left( \frac{z}{a} \right)^3 + \gamma \frac{a}{z} \right), \quad \psi(z) = -\frac{2\mu a}{\aleph+1} \left[ (3\beta + \gamma) \frac{z}{a} + 2\alpha \frac{a}{z} + (\beta - \gamma) \left( \frac{a}{z} \right)^3 \right] \quad (21)$$

Вычисляя производные этих функций, получаем

$$\Phi(z) = \frac{2\mu}{\aleph+1} \left[ \alpha + 3\beta \left( \frac{z}{a} \right)^2 - \gamma \left( \frac{a}{z} \right)^2 \right], \quad (22)$$

$$\Psi(z) = \frac{2\mu}{\aleph+1} \left[ -(3\beta + \gamma) + 2\alpha \left( \frac{a}{z} \right)^2 + 3(\beta - \gamma) \left( \frac{a}{z} \right)^4 \right].$$

С применением формул Колосова – Мухелишвили находим

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_p + \sigma_\vartheta &= \frac{8\mu}{\aleph+1} \left[ \alpha + 3\beta \left( \frac{r}{a} \right)^2 \cos 2\vartheta - \gamma \left( \frac{a}{r} \right)^2 \cos 2\vartheta \right], \\ \sigma_\vartheta - \sigma_p + 2i\tau_{p\vartheta} &= \frac{8\mu}{\aleph+1} \left\{ \alpha \left( \frac{a}{r} \right)^2 + \left[ 3\beta \left( \frac{r}{a} \right)^2 + \gamma \left( \frac{a}{r} \right)^2 - \frac{3\beta + \gamma}{2} + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{3(\beta - \gamma)}{2} \left( \frac{a}{r} \right)^4 \right] \cos 2\vartheta + i \left[ 3\beta \left( \frac{r}{a} \right)^2 - \gamma \left( \frac{a}{r} \right)^2 - \frac{3\beta + \gamma}{2} - \frac{3(\beta - \gamma)}{2} \left( \frac{a}{r} \right)^4 \right] \sin 2\vartheta \right\}. \end{aligned} \right. \quad (23)$$

Тогда

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_p &= \frac{4\mu}{\aleph+1} \left\{ \alpha \left( 1 - \frac{a^2}{r^2} \right) + \left[ \frac{3\beta}{2} \left( 1 - \frac{a^4}{r^4} \right) + \frac{\gamma}{2} \left( 1 + 3\frac{a^4}{r^4} - 4\frac{a^2}{r^2} \right) \right] \cos 2\vartheta \right\}, \\ \sigma_\vartheta &= \frac{4\mu}{\aleph+1} \left\{ \alpha \left( 1 + \frac{a^2}{r^2} \right) + \left[ 3\beta \left( 2\frac{r^2}{a^2} - \frac{1}{2} + 4\frac{a^4}{r^4} \right) - \gamma \left( \frac{1}{2} + \frac{3a^4}{2r^4} \right) \right] \cos 2\vartheta \right\}, \\ \tau_{p\vartheta} &= \frac{4\mu}{\aleph+1} \left\{ \frac{3\beta}{2} \left( 2\frac{r^2}{a^2} - 1 - \frac{a^4}{r^4} \right) + \frac{\gamma}{2} \left( 3\frac{a^4}{r^4} - 2\frac{a^2}{r^2} - 1 \right) \right\} \sin 2\vartheta. \end{aligned} \right. \quad (24)$$

Вычисляя с помощью (21) смещения  $u_r, u_\vartheta$ , находим

$$\left\{ \begin{aligned} u_p &= \frac{r}{\aleph+1} \left\{ \alpha \left( \aleph - 1 + 2\frac{a^2}{r^2} \right) + \left[ \beta \left( \aleph \frac{r^2}{a^2} - 3\frac{r^2}{a^2} + 3 + \frac{a^4}{r^4} \right) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \gamma \left( \aleph \frac{a^2}{r^2} + \frac{a^2}{r^2} + 1 - \frac{a^4}{r^4} \right) \right] \cos 2\vartheta \right\}, \\ u_\vartheta &= \frac{r}{\aleph+1} \left\{ \beta \left( \aleph \frac{r^2}{a^2} + 3\frac{r^2}{a^2} - 3 + \frac{a^4}{r^4} \right) + \gamma \left( -\aleph \frac{a^2}{r^2} + \frac{a^2}{r^2} - 1 - \frac{a^4}{r^4} \right) \right\} \sin 2\vartheta. \end{aligned} \right.$$

Из этих формул следует, что при  $r = a$

$$\frac{u_p}{a} = \alpha + (\beta + \gamma) \cos 2\vartheta, \quad \frac{u_\vartheta}{a} = (\beta - \gamma) \sin 2\vartheta, \quad \sigma_p = \tau_{p\vartheta} = 0.$$

Эти же уравнения (24) можно представить в прямоугольной системе координат.

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_x + \sigma_y &= \frac{8\mu}{\aleph+1} \left[ \alpha + 3\beta(x^2 - y^2) - \gamma \frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^2} \right], \\ \sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy} &= \frac{8\mu}{\aleph+1} \left[ \alpha \frac{(x^2 - y^2 - 2ixy)^2}{(x^2 + y^2)^2} - \frac{3\beta + \gamma}{2} + \right. \\ &\quad \left. + 3\beta(x^2 + y^2) + \frac{(x^2 - y^2 - 2ixy)^2}{(x^2 + y^2)^4} \left( \gamma(x^2 + y^2) + \frac{3(\beta - \gamma)}{2} \right) \right]. \end{aligned} \right. \quad (25)$$

$$u_p + iu_\vartheta = A + \frac{B+C}{2} e^{2i\vartheta} + \frac{B-C}{2} e^{-2i\vartheta}, \quad u_x + iu_y = e^{i\vartheta} (u_p + iu_\vartheta).$$

В данную систему уравнений закладываются экспериментальные результаты по определению смещений на контуре выработки (когда они уже прошли). Покажем, как экспериментально возможно получить зависимости (20) для круговой цилинд-



рической выработки и затем использовать их для оценки напряжений на «бесконечности» и вокруг выработки кругового сечения с определением структуры массива пород. Обратимся к экспериментальным исследованиям.

### Экспериментальные данные

Для проверки расчетной схемы проводились эксперименты на образцах в виде прямоугольных параллелепипедов из оргстекла, песчано-цементной смеси и мрамора. Образцы из оргстекла с размерами  $200 \times 200 \times 100$  мм<sup>3</sup> нагружались вертикальной сжимающей нагрузкой 35 МПа, образцы из песчано-цементной смеси с размерами  $200 \times 200 \times 200$  мм<sup>3</sup> нагружались вертикальной сжимающей нагрузкой 27,78 МПа, образцы из мрамора с размерами  $150 \times 150 \times 150$  мм<sup>3</sup> — нагрузкой 40 МПа.

Измерения смещений производились следующим образом: на контур отверстия наносились метки через каждые 45° по кругу. Измерялись расстояния от центра круга до реперных точек и между реперными точками, при этом производился расчет радиальных и тангенциальных смещений на внутреннем контуре щели и на внешнем (методика измерения аналогично [18]). Далее смещения на контуре керна и на контуре скважины складывались, получались полные смещения. Ниже приводятся данные для образцов из оргстекла.

#### Расстояния между двумя реперными отметками

при испытаниях блока из оргстекла в мм

*Distances between two reference marks during testing of a block of organic glass in mm*

A-A	a-a	B-B	b-b
<b>Сжатие отсутствует, <math>F = 0</math> кН</b>			
63,614	44,517	63,481	44,280
<b>До образования щели, приложена нагрузка <math>F = 700</math> кН</b>			
64,038	44,824	62,535	43,626
<b>Создается кольцевая щель при постоянном осевом сжатии <math>F = 700</math> кН</b>			
64,523	44,327	61,198	44,155

Проводились две серии экспериментов. В первой серии цилиндрическое отверстие создавалось в ненагруженном состоянии образца, который затем подвергался сжатию. Во второй серии отверстие создавалось в нагруженном состоянии образца. При этом в том и другом случаях производились измерения нормальных и тангенциальных смещений контура отверстия с помощью оптической системы измерений (Canon EOS 90D с матрицей 6960×4640 Мп). То есть на контур отверстия наносились метки, измерялись их смещения относительно первоначального состояния (таблица).

Для оргстекла  $E = 3,5 \cdot 10^3$  МПа,  $\nu = 0,38$ . Константы  $A$ ,  $B$  и  $C$  для разложения смещений в виде  $u_r = A + B \cos 2\theta$ ,  $u_\theta = C \sin 2\theta$  получились равными  $A = -0,249$  мм,  $B = 0,634$  мм,  $C = -0,632$  мм. Применение этих данных и формул (24), записанных в прямоугольных координатах (25), позволяет находить значения прилагаемых нагрузок и структуру испытываемого образца (его размеры).

На рис. 2 представлены эпюры распределений нормальных напряжений  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  вдоль координатных осей  $x/a$ ,  $y/a$ , где  $a = 30$  мм — радиус кругового отверстия для сжимаемого образца усилием 35 МПа.

Из диаграммы изменения напряжения  $\sigma_x(x/a)$  при условии  $y = 0$  следует, что кроме границы отверстия с координатой отверстия  $x/a = \pm 1$  существует

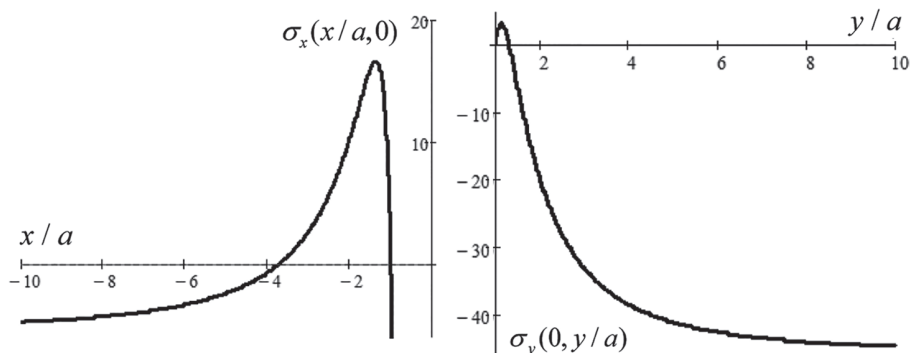


Рис. 2. Диаграммы изменения напряжений  $\sigma_x(x/a, 0)$ ,  $\sigma_y(0, y/a)$  по данным измерений смещений на границе отверстия образца из оргстекла

Fig. 2. Diagrams of stress changes  $\sigma_x(x/a, 0)$ ,  $\sigma_y(0, y/a)$  according to displacement measurements at the boundary of the hole of a plexiglass sample

боковая граница с относительной координатой  $x/a = \pm 4$ , характеризующей боковые стенки образца. При значении  $x = 0$ ,  $y/a = \pm 4$  к верхнему и нижнему торцам образца приложена сжимающая нагрузка  $\sigma_y = -35$  МПа, что наблюдается в эксперименте.

Аналогичные измерения проводились для песчано-цементной смеси и мрамора.

На рис. 3 приведены зависимости полных нормальных и тангенциальных смещений от полярного угла  $\theta$  на контуре отверстия  $r = a = 30,25$  мм с размерами образца  $180 \times 180 \times 24$  мм<sup>3</sup> при сжатии его нагрузкой 120 кН. Модуль Юнга и коэффициент Пуассона для данного материала равны  $E = 3 \cdot 10^5$  МПа,  $\nu = 0,3$ . На рис. 4 представлены зависимости

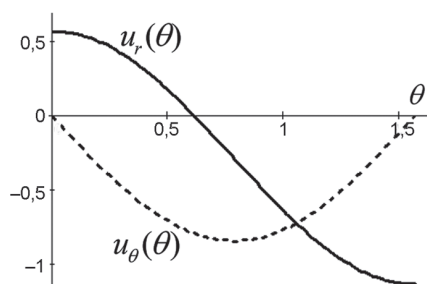


Рис. 3. Графики смещений  $u_r$ ,  $u_\theta$  в зависимости от полярного угла для песчано-цементной смеси

Fig. 3. Graphs of displacements  $u_r$ ,  $u_\theta$  depending on the polar angle for a sand-cement mixture

$\sigma_x(x/a, 0)$ ,  $\sigma_y(0, y/a)$ ,  $\tau_{xy}(3, y/a)$ , из которых видно, что напряжение  $\sigma_x$  обращается в ноль при  $x/a = 1$  и  $x/a = 3$ . Напряжение  $\sigma_y$  обращается в ноль при  $y/a = 1$  и при  $y/a = 3$  достигает значения, близ-

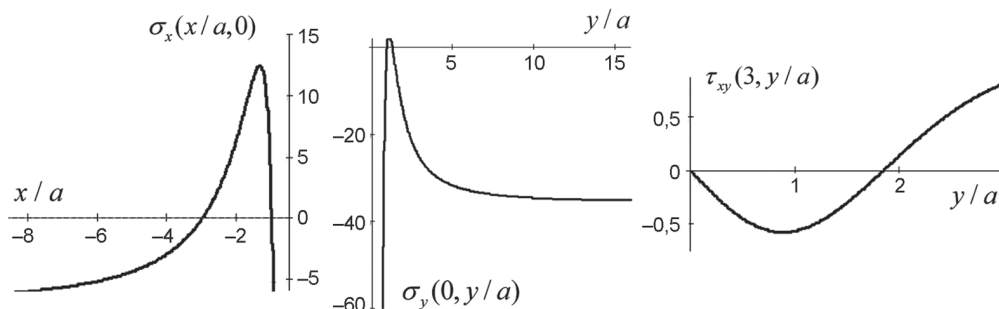


Рис. 4. Диаграммы изменения напряжений  $\sigma_x(x/a, 0)$ ,  $\sigma_y(0, y/a)$ ,  $\tau_{xy}(3, y/a)$  по данным измерений смещений на границе отверстия образца из песчано-цементной смеси

Fig. 4. Diagrams of changes in stresses  $\sigma_x(x/a, 0)$ ,  $\sigma_y(0, y/a)$ ,  $\tau_{xy}(3, y/a)$  according to the data of displacement measurements at the boundary of the hole of a sample made of sand-cement mixture

кого к  $-28$  МПа, что наблюдалось в эксперименте. Напряжение  $\tau_{xy}(3, y/a)$  на правой границе образца близко к нулю. Кривая  $\sigma_y(0, y/a)$  стремится к асимптоте  $\sigma_y = -38$  МПа.

Подводя итоги, следует отметить, что проведенные исследования демонстрируют тот факт, что методы измерений смещений на границе образуемого керна при щелевой разгрузке позволяют находить НДС только в окрестности рассматриваемой точки [21]. Поэтому все работы этого направления, например [22 – 24], следует отнести к методам локального измерения НДС в массиве пород. Методы, основанные на измерении смещений границы скважины [25 – 27], не позволяют определять истинное НДС массива пород, потому что в них отсутствуют данные о смещениях границ образуемого керна при щелевой разгрузке.

### **Заключение**

1. Показано, что смещения, полученные при щелевой разгрузке на границе керна, определяют НДС в точке массива пород, но не определяют НДС всего массива.

2. Для определения полных смещений контура выработки в случае, когда они уже произошли, необходимо смещения границы керна складывать со смещениями границы образовавшейся скважины.

3. Получено решение задачи по определению НДС массива пород вокруг выработки, включая ее границу, по полным смещениям контура выработки и вектору Коши на нем, равным нулю.

4. Проведена серия экспериментов на материалах, эквивалентных горным породам (оргстекло, песчано-цементная смесь, мрамор), подтверждающая гипотезу о том, что полные смещения на контурах выработок можно получить сложением смещений, полученных на границе образовавшейся скважины при щелевой разгрузке, со смещениями, полученными на границе образовавшегося керна при щелевой разгрузке.

5. Проведенные численные расчеты НДС массива горных пород с заданными смещениями на контуре выработки показывают приемлемость данной схемы расчета для оценки значений прилагаемых нагрузок на «бесконечности» и структуры массива.

### **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Мухелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. – М.: Наука, 1966. – 708 с.
2. Деев П. В., Цуканов А. А. Напряженное состояние обделки тоннеля, расположенного вблизи границы раздела пород // Известия Тульского государственного университета. Науки о Земле. – 2021. – № 2. – С. 278–287.
3. Саммаль А. С., Анциферов С. В., Павлова Н. С. Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния горного массива в окрестности подкрепленной круговой выработки, сооружаемой вблизи границы раздела пород с различными деформационными характеристиками // Фундаментальные и прикладные вопросы горных наук. – 2019. – Т. 6. – № 1. – С. 221–225. DOI: 10.15372/FPVGN2019060138.
4. Hoek E., Brown E. T. The Hoek–Brown failure criterion and GSI–2018 edition // Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering. 2019, vol. 11, no. 3, pp. 445–463. DOI: 10.1016/j.jrmge.2018.08.001.
5. Карев В. И., Коваленко Ю. Ф., Химуля В. В., Шевцов Н. И. Определение параметров метода направленной разгрузки пласта на основе физического моделирования на установке истинно трехосного нагружения // Записки Горного института. – 2022. – Т. 258. – С. 906–914. DOI: 10.31897/PMI.2022.95.
6. Шкуратник В. Л., Николенко П. В. Методы определения напряженно-деформированного состояния массива горных пород. – М.: Изд-во «Горная книга», 2012. – 112 с.

7. Demidov A. S. Equations of mathematical physics — Generalized functions and historical notes. Springer, 2023, 260 p. DOI: 10.1007/978-3-031-30358-6.
8. Campbell S. L., Haberman R. Introduction to differential equations with dynamical systems. Princeton University Press, 2011, 472 p.
9. Ребецкий Ю. Л., Мягков Д. С. Генезис тангенциальных массовых сил в литосферных плитах и их роль в геодинамике // Вестник КРАУНЦ. Серия: Науки о Земле. — 2020. — № 3. — С. 88–97. DOI: 10.31431/1816-5524-2020-3-47-86-97.
10. Kumar R. R., Molenaar M. M., Subbiah S. K. Constraining tectonic components during a geomechanics-aided successful hydrofracturing campaign of tight gas exploration field // Journal of Petroleum Exploration and Production Technology. 2021, vol. 12, no. 4, pp. 1121–1128. DOI: 10.1007/s13202-021-01374-0.
11. Морозов И. А., Токсаров В. Н., Поляков И. В., Паньков И. Л. Проявления горного давления в условиях глубокого калийного рудника // Горный журнал. — 2023. — № 11 (2316). — С. 15–20. DOI: 10.17580/gzh.2023.11.02.
12. Хаст Н., Нильсон Г. Измерение напряжений в скальных породах и их значение для строительства плотин / Проблемы инженерной геологии: Сборник. Вып. 4. — М.: Мир, 1967. — С. 94–105.
13. Курленя М. В., Попов С. Н. Теоретические основы определения напряжений в горных породах. — Новосибирск: Наука, 1983. — 97 с.
14. Statnik E. S., Ignatyev S. D., Salimon A. I., Stepashkin A. A., Korsunsky A. M. Residual stress determination in a CC composite consisting of a carbonized elastomer matrix filled with graphite, carbon black and short carbon fibers // Frontiers in Physics. 2024, vol. 12, article 1407517. DOI: 10.3389/fphys.2024.1407517.
15. Кузнецов С. В., Савостьянов Е. В. Авторское свидетельство СССР № 846730, кл. E21C 39/00. Способ измерения механических напряжений в массиве горных пород. БИ № 26. 15.07.1981.
16. Сентябов С. В., Карамнов Д. В. Методы определения первоначальных напряжений массива горных пород натурными измерениями // Проблемы недропользования. — 2023. — № 1(36). — С. 54–63. DOI: 10.25635/2313-1586.2023.01.054.
17. Шкуратник В. Л., Новиков Е. А. Термостимулированная акустическая эмиссия горных пород как перспективный инструмент решения задач геоконтроля // Горный журнал. — 2017. — № 6. — С. 21–27. DOI: 10.17580/gzh.2017.06.04.
18. Феклистов Ю. Г. Деформационный способ комплексного определения напряженного состояния и упругих характеристик горных и строительных объектов // Проблемы недропользования. — 2017. — № 4 (15). — С. 28–32. DOI: 10.18454/2313-1586.2017.04.028.
19. Shvab A. A. Solving some problems of elasticity theory by the integral equation method for a holomorphic vector // Journal of Applied and Industrial Mathematics. 2012, vol. 6, no. 2, pp. 248–255. DOI: 10.1134/S1990478912020147.
20. Чанышев А. И. К проблеме разрушения деформируемых сред. Ч. 1. Основные уравнения // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. — 2001. — № 3. — С. 53–67.
21. Чанышев А. И., Абдулин И. М., Белоусова О. Е., Городилов Л. В., Лукьяшко О. А. Применение кольцевой щели для восстановления смещений горной выработки // Горный информационно-аналитический бюллетень. — 2023. — № 12-2. — С. 141–158. DOI: 10.25018/0236\_1493\_2023\_122\_0\_141.
22. Середин В. В., Хрулев А. С., Растегаев А. В., Галкин В. И. Методика оценки напряженного состояния горных пород // Горный журнал. — 2020. — № 2. — С. 30–34. DOI: 10.17580/gzh.2020.02.03.
23. Sazid M., Hussein K., Abudurman K. Rock stress measurement methods in rock mechanics — A brief overview // World Journal of Engineering and Technology. 2023, vol. 11, pp. 252–272. DOI: 10.4236/wjet.2023.112018.
24. Ju W., Jiang B., Miao Q., Wang J., Qu Zh., Li M. Variation of in situ stress regime in coal reservoirs, eastern Yunnan region, South China: Implications for coalbed methane production // AAPG Bulletin. 2018, vol. 102, no. 11, pp. 2283–2303. DOI: 10.1306/04241817376.
25. Балец А. Е. Геомеханическое обеспечение подземной разработки участка второй очереди шахты «Десятилетия независимости Казахстана» / Инновационные геотехнологии при разра-

ботке рудных и нерудных месторождений. Сборник докладов IX Международной научно-технической конференции. — Екатеринбург: УГГУ, 2020. — С. 196 — 200.

26. Wu W. A review of unloading-induced fault instability // *Underground Space*. 2021, vol. 6, no. 5, pp. 528 — 538. DOI: 10.1016/j.undsp.2020.11.001.

27. Wang Y., Tang P., Han J., Li P. Energy-driven fracture and instability of deeply buried rock under triaxial alternative fatigue loads and multistage unloading conditions: Prior fatigue damage effect // *International Journal of Fatigue*. 2023, vol. 168, article 107410. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2022.107410. **ИДБ**

## REFERENCES

1. Muskhelishvili N. I. *Nekotorye osnovnye zadachi matematicheskoy teorii uprugosti* [Some basic problems of the mathematical theory of elasticity], Moscow, Nauka, 1966, 708 p.

2. Deev P. V., Tsukanov A. A. Stress state of tunnel lining located near rock interface. *News of the Tula state university. Sciences of Earth*. 2021, no. 2, pp. 278 — 287. [In Russ].

3. Samal A. S., Antsiferov S. V., Pavlova N. S. Mathematical modeling of stress-strain state of the rock mass in the vicinity of supported circular opening near the interface of rocks with different deformation characteristics. *Mining sciences: fundamental and applied issues*. 2019, vol. 6, no. 1, pp. 221 — 225. [In Russ]. DOI: 10.15372/FPVGN2019060138.

4. Hoek E., Brown E. T. The Hoek–Brown failure criterion and GSI–2018 edition. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*. 2019, vol. 11, no. 3, pp. 445 — 463. [In Russ]. DOI: 10.1016/j.jrmge.2018.08.001.

5. Karev V. I., Kovalenko Y. F., Khimulia V. V., Shevtsov N. I. Parameter determination of the method of directional unloading of the reservoir based on physical modelling on a true triaxial loading setup. *Journal of Mining Institute*. 2022, vol. 258, pp. 906 — 914. [In Russ]. DOI: 10.31897/PMI.2022.95.

6. Shkuratnik V. L., Nikolenko P. V. *Metody opredeleniya napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya massiva gornyx porod* [Methods for determining the stress-strain state of a rock mass], Moscow, Izd-vo «Gornaya kniga», 2012, 112 p.

7. Demidov A. S. *Equations of mathematical physics — Generalized functions and historical notes*. Springer, 2023, 260 p. DOI: 10.1007/978-3-031-30358-6.

8. Campbell S. L., Haberman R. *Introduction to differential equations with dynamical systems*. Princeton University Press, 2011, 472 p.

9. Rebetsky Yu. L., Myagkov D. S. Genesis of tangential mass forces in lithospheric plates and their role in geodynamics. *Bulletin of Kamchatka regional association «Educational-Scientific centre». Earth sciences*. 2020, no. 3, pp. 88 — 97. [In Russ]. DOI: 10.31431/1816-5524-2020-3-47-86-97.

10. Kumar R. R., Molenaar M. M., Subbiah S. K. Constraining tectonic components during a geomechanics-aided successful hydrofracturing campaign of tight gas exploration field. *Journal of Petroleum Exploration and Production Technology*. 2021, vol. 12, no. 4, pp. 1121 — 1128. DOI: 10.1007/s13202-021-01374-0.

11. Morozov I. A., Toksarov V. N., Polyakov I. V., Pankov I. L. Rock pressure-induced events in deep potash mines. *Gornyi Zhurnal*. 2023, no. 11 (2316), pp. 15 — 20. [In Russ]. DOI: 10.17580/gzh.2023.11.02.

12. Hast N., Nilsson G. Measurement of stresses in rocks and their significance for the construction of dams. *Problemy inzhenernoy geologii: Sbornik. Vyp. 4* [Problems of engineering geology, vol. 4], Moscow, Mir, 1967, pp. 94 — 105.

13. Kurlenya M. V., Popov S. N. *Teoreticheskie osnovy opredeleniya napryazheniy v gornyx porodakh* [Theoretical foundations for determining stresses in rocks], Novosibirsk, Nauka, 1983, 97 p.

14. Statnik E. S., Ignatyev S. D., Salimon A. I., Stepashkin A. A., Korsunsky A. M. Residual stress determination in a CC composite consisting of a carbonized elastomer matrix filled with graphite, carbon black and short carbon fibers. *Frontiers in Physics*. 2024, vol. 12, article 1407517. DOI: 10.3389/fphy.2024.1407517.

15. Kuznetsov S. V., Savost'yanov E. V. *Copyright certificate USSR 846730, E21C 39/00*, 15.07.1981. [In Russ].

16. Sentyabov S. V., Karamnov D. V. Methods for determining the initial stresses of the rock mass by in-situ measurements. *Problems of Subsoil Use*. 2023, no. 1(36), pp. 54 — 63. [In Russ]. DOI: 10.25635/2313-1586.2023.01.054.

17. Shkuratnik L. V., Novikov E. A. Thermally stimulated acoustic emission of rocks as a promising tool of geontrol. *Gornyi Zhurnal*. 2017, no. 6, pp. 21 – 27. [In Russ]. DOI: 10.17580/gzh.2017.06.04.
18. Feklistov Yu. G. Deformation method for the complex determination of the stress state and elastic characteristics of mining and construction objects. *Problems of Subsoil Use*. 2017, no. 4 (15), pp. 28 – 32. [In Russ]. DOI: 10.18454/2313-1586.2017.04.028.
19. Shvab A. A. Solving some problems of elasticity theory by the integral equation method for a holomorphic vector. *Journal of Applied and Industrial Mathematics*. 2012, vol. 6, no. 2, pp. 248 – 255. DOI: 10.1134/S1990478912020147.
20. Chanyshev A. I. To problem of deformed body destruction. Part 1. The main equations. *Fiziko-tekhnicheskie problemy razrabotki poleznykh iskopaemykh*. 2001, no. 3, pp. 53 – 67. [In Russ].
21. Chanyshev A. I., Abdulin I. M., Belousov O. E., Gorodilov L. V., Lukyashko O. A. The use of circular slot to restore mining displacements. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2023, no. 12-2, pp. 141 – 158. [In Russ]. DOI: 10.25018/0236\_1493\_2023\_122\_0\_141.
22. Seredin V. V., Khrulev A. S., Rastegaev A. V., Galkin V. I. Procedure of stress state assessment in rocks. *Gornyi Zhurnal*. 2020, no. 2, pp. 30 – 34. [In Russ]. DOI: 10.17580/gzh.2020.02.03.
23. Sazid M., Hussein K., Abudurman K. Rock stress measurement methods in rock mechanics – A brief overview. *World Journal of Engineering and Technology*. 2023, vol. 11, pp. 252 – 272. [In Russ]. DOI: 10.4236/wjet.2023.112018.
24. Ju W., Jiang B., Miao Q., Wang J., Qu Zh., Li M. Variation of in situ stress regime in coal reservoirs, eastern Yunnan region, South China: Implications for coalbed methane production. *AAPG Bulletin*. 2018, vol. 102, no. 11, pp. 2283 – 2303. DOI: 10.1306/04241817376.
25. Balek A. E. Geomechanical support for underground development of the second stage of the mine «Decades of independence of Kazakhstan». *Innovatsionnye geotekhnologii pri razrabotke rudnykh i nerudnykh mestorozhdeniy. Sbornik dokladov IX Mezhdunarodnoy nauchno-tekhnicheskoy konferentsii* [Innovative geotechnologies in the development of ore and non-metallic deposits. Collection of reports of the IX International Scientific and Technical Conference], Ekaterinburg, UGGU, 2020, pp. 196 – 200. [In Russ].
26. Wu W. A review of unloading-induced fault instability. *Underground Space*. 2021, vol. 6, no. 5, pp. 528 – 538. DOI: 10.1016/j.undsp.2020.11.001.
27. Wang Y., Tang P., Han J., Li P. Energy-driven fracture and instability of deeply buried rock under triaxial alternative fatigue loads and multistage unloading conditions: Prior fatigue damage effect. *International Journal of Fatigue*. 2023, vol. 168, article 107410. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2022.107410.

## ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Чанышев Анвар Исмагилович<sup>1</sup> — д-р физ.-мат. наук,  
профессор, главный научный сотрудник,  
Новосибирский государственный университет  
экономики и управления, e-mail: a.i.chanyshev@gmail.com,  
ORCID ID: 0000-0001-5772-0648,

Абдулин Ильгизар Маратович<sup>1</sup> — научный сотрудник,  
e-mail: i.m.abdulin@mail.ru,  
ORCID ID: 0000-0003-4541-2992,

Городилов Леонид Владимирович<sup>1</sup> — д-р тех. наук,  
доцент, зав. лабораторией, e-mail: gor@misd.ru,  
ORCID ID: 0000-0003-0044-9783,

<sup>1</sup> Институт горного дела им. Н.А. Чинакала СО РАН.

**Для контактов:** Чанышев А.И., e-mail: a.i.chanyshev@gmail.com.

## INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

A.I. Chanyshev<sup>1</sup>, Dr. Sci. (Phys. Mathem.), Professor,  
Chief Researcher, Novosibirsk State University  
of Economics and Management, 630099, Novosibirsk, Russia,

e-mail: a.i.chanyshev@gmail.com,  
ORCID ID: 0000-0001-5772-0648,  
*I.M. Abdulin*<sup>1</sup>, Researcher, e-mail: i.m.abdulin@mail.ru,  
ORCID ID: 0000-0003-4541-2992,  
*L.V. Gorodilov*<sup>1</sup>, Dr. Sci. (Eng.), Assistant Professor,  
Head of Laboratory, e-mail: gor@mysd.ru,  
ORCID ID: 0000-0003-0044-9783,

<sup>1</sup> Chinakal Institute of Mining Siberian Branch,  
Russian Academy of Sciences, 630091, Novosibirsk, Russia.

**Corresponding author:** A.I. Chanyshev, e-mail: a.i.chanyshev@gmail.com.

Получена редакцией 26.07.2024; получена после рецензии 16.10.2024; принята к печати 10.02.2025.  
Received by the editors 26.07.2024; received after the review 16.10.2024; accepted for printing 10.02.2025.



---

ОТДЕЛЬНЫЕ СТАТЬИ ГОРНОГО ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКОГО БЮЛЛЕТЕНЯ  
(СПЕЦИАЛЬНЫЙ ВЫПУСК)

---

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА КОПАНИЯ КОВШОМ ЭКСКАВАТОРА ПОРОДЫ  
ПРИ ЗАДАННОЙ ВЕЛИЧИНЕ СТРУЖКИ  
(2024, № 12, СБ 21, 12 с.)

*Шешукова Екатерина Игоревна*<sup>1</sup> — аспирант, e-mail: katiger@mail.ru,  
*Плащинский Вячеслав Алексеевич*<sup>1</sup> — канд. техн. наук, ассистент кафедры, ORCID ID: 0000-0003-0326-4514,  
*Салимов Аббос Эркин угли*<sup>1</sup> — аспирант, s233147@stud.spmi.ru,  
*Шибанов Даниил Александрович*<sup>1</sup> — канд. техн. наук, доцент, ORCID ID: 0000-0002-6203-0219,  
*Иванов Сергей Леонидович*<sup>1</sup> — д-р техн. наук, профессор, ORCID ID: 0000-0002-7014-2464,  
<sup>1</sup> Санкт-Петербургский горный университет императрицы Екатерины II.

Добыча горной породы экскаватором на открытых горных работах связана с разной интенсивностью исчерпания ресурса в зависимости от условий эксплуатации, что требует адаптации работ по техническому обслуживанию и ремонту согласно этим условиям. Для этого необходимо оценить степень влияния условий функционирования экскаватора на формирование нагрузок, преодолеваемых его ковшом, при разработке забоя. Исследование процесса копания на реальном объекте связано с рядом ограничений и сложностей, поэтому целесообразно проводить моделирование данного процесса на лабораторном стенде. Описан порядок выбора критериев подобия при физическом моделировании процесса копания ковшом экскаватора модельной породы заданного гранулометрического состава. Дано описание специально разработанного стенда для моделирования процесса копания. Описаны условия и ход проведения эксперимента, а также представлены полученные результаты. Доказана адекватность созданной модели реальным условиям и процессам. Показана возможность использования полученных данных для адекватной оценки реальных условий эксплуатации.

Ключевые слова: моделирование, критерии подобия, физическая модель, гранулометрический состав, толщина стружки, усилие копания, ковш экскаватора, открытые горные работы.

SIMULATION OF THE PROCESS OF DIGGING WITH AN EXCAVATOR BUCKET  
OF ROCK AT A GIVEN CHIP SIZE

*E.I. Sheshukova*<sup>1</sup>, Graduate Student, e-mail: katiger@mail.ru; *V.A. Plashinsky*<sup>1</sup>, Cand. Sci. (Eng.), Assistant of Chair;  
*A.E. Salimov*<sup>1</sup>, Graduate Student, e-mail: s233147@stud.spmi.ru; *D.A. Shibanov*<sup>1</sup>, Cand. Sci. (Eng.), Assistant Professor;  
*S.L. Ivanov*<sup>1</sup>, Dr. Sci. (Eng.), Professor; <sup>1</sup> Empress Catherine II Saint-Petersburg Mining University, Saint-Petersburg, Russia.

The extraction of rock by an excavator in open-pit mining is associated with a different intensity of resource exhaustion depending on the operating conditions, which requires the adaptation of maintenance and repair work according to these conditions. The study of the digging process on a real object is associated with a number of limitations and difficulties, therefore it is advisable to simulate this process on a laboratory stand. The paper describes the procedure for selecting similarity criteria for the physical modeling of the process of digging with an excavator bucket of a model rock of a given granulometric composition. A description of a specially designed stand for modeling the digging process is given. The conditions and the course of the experiment are described, and the results obtained are presented. The adequacy of the created model to real conditions and processes is proved. The possibility of using the obtained data for an adequate assessment of the actual operating conditions is shown.

Key words: modeling, similarity criteria, physical model, granulometric composition, chip thickness, digging force, excavator bucket, open-pit mining.