

## КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЫПУСКА РУДЫ ИЗ АСИММЕТРИЧНЫХ ВОРОНОК ПРИ ПОВТОРНОЙ РАЗРАБОТКЕ БАРЬЕРНОГО ЦЕЛИКА В ОБРУШЕННОЙ ЗОНЕ ЖЕЗКАЗГАНСКОГО МЕСТОРОЖДЕНИЯ

Д.К. Бекбергенов<sup>1</sup>, И.Н. Савич<sup>2</sup>, В.И. Мустафин<sup>2</sup>, А.А. Бояндинова<sup>1</sup>, Р.К. Жанакова<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Институт горного дела им. Д.А. Кунаева, Алматы, Казахстан

<sup>2</sup> НИТУ МИСИС, Москва, Россия

<sup>3</sup> Казахский национальный исследовательский технический университет имени К.И. Сатпаева, Алматы, Казахстан, e-mail: r.zhanakova@satbayev.university

**Аннотация:** С целью существенного повышения полноты извлечения полезного ископаемого при повторной разработке запасов барьерных целиков, находящихся в крайне сложных геомеханических условиях обрушенных зон Жезказганского месторождения, актуальной научно-технической задачей является обоснование и разработка оптимальных конструктивно-технологических решений по выпуску отбитой руды из асимметричных воронок. Эффективное решение данной проблемы достигнуто благодаря применению современных методов компьютерного моделирования для создания высокоточных пространственных моделей месторождений. Использование данных технологий позволило выполнять прецизионные расчеты с большими объемами информации, анализировать, прогнозировать и оптимизировать геологические, геомеханические и производственные процессы добычи. Выполнен детальный анализ гранулометрического состава отбитой рудной массы на основе обработки фотопланграмм действующих забоев. Представлены результаты моделирования процесса выпуска руды из асимметрических воронок при доработке барьерного целика мощностью 6–12 м и варьировании угла залегания пласта от 30° до 50°. В ходе исследования выявлены ключевые закономерности движения горной массы и определено влияние геометрии выработок на качественные показатели добычи. Произведена сравнительная оценка вариантов извлечения, на основании которой обоснованы наиболее эффективные параметры системы выпуска в условиях неустойчивого массива. Полученные результаты имеют высокую практическую значимость для минимизации потерь и разубоживания руды при освоении техногенных запасов.

**Ключевые слова:** компьютерное моделирование, выпуск руды, асимметричная воронка, повторная разработка, барьерный целик, мощность и угол залегания пласта, показатели извлечения, обрушенная зона, геомеханическое состояние, техногенные запасы.

**Благодарность:** Данная статья представлена в рамках Министерства науки и высшего образования Республики Казахстан по программе – Программно-целевое финансирование на 2026–2028 годы, научно-техническое задание № 18 на тему «Обоснование и разработка новой методики определения прогнозных показателей извлечения руды по системам подземной геотехнологии для устойчивого функционирования горно-добывающих предприятий».

*Для цитирования:* Бекбергенов Д. К., Савич И. Н., Мустафин В. И., Бояндинова А. А., Жанакова Р. К. Компьютерное моделирование выпуска руды из асимметричных воронок при повторной разработке барьерного целика в обрушенной зоне Жезказганского месторождения // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2026. – № 4. – С. 151–168. DOI: 10.25018/0236\_1493\_2026\_4\_0\_151.

---

## **Computer modeling of ore drawing from asymmetric drawpoints in secondary extraction of ore reserves from a safety pillar in the caved zone at the Zhezkazgan deposit**

**D.K. Bekbergenov<sup>1</sup>, I.N. Savich<sup>2</sup>, V.I. Mustafin<sup>2</sup>, A.A. Boyandinova<sup>1</sup>, R.K. Zhanakova<sup>3</sup>**

<sup>1</sup> D.A. Kunaev Institute of Mining, Almaty, Kazakhstan

<sup>2</sup> NUST MISIS, Moscow, Russia

<sup>3</sup> Satbayev University, Almaty, Kazakhstan, e-mail: r.zhanakova@satbayev.university

---

**Abstract:** With a view to reaching an appreciable increase in completeness of mineral extraction in re-mining of safety pillars in extremely complex geomechanical conditions of caved zones at the Zhezkazgan deposit, a relevant objective is set to develop and justify optimal designs and technologies for broken ore drawing through asymmetrical drawpoints. The problem is solved efficiently owing to the up-to-date computer modeling tools for creation of highly accurate spatial models of the deposit. The use of these technologies enabled precision calculations with big amounts of information, and made it possible to analyze, predict and optimize geological, geomechanical and production processes of mineral mining. The grain size composition of broken ore was subjected to a detailed analysis using photograms of operating faces. The article describes the results of modeling ore drawing from asymmetrical drawpoints in secondary extraction of ore reserves from a safety pillar 6–12 m thick at the varied angle of bedding from 30° to 50°. The research revealed the key patterns in rock mass flow and determined the influence of the stope geometry on the quality factors of mining operations. The comparative evaluation of extraction process scenarios was carried out, and the most efficient parameters of the ore drawing system under condition of unstable rock mass were substantiated on that basis. The research results have a high practical value for the minimization of ore loss and dilution in development of man-made resources and mine waste.

**Key words:** computer modeling, ore drawing, asymmetrical drawpoint, secondary extraction, safety pillar, thickness and angle of bedding, extraction factors, caved zone, geomechanical condition, man-made resources.

**Acknowledgements:** The study was supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Republic of Kazakhstan in the framework of the Target Financing Program for 2026–2028, Design Specification No. 18: Development and Justification of New Procedure to Predict Ore Extraction Factors in Underground Geotechnology Systems Toward Sustainable Performance of Mines.

**For citation:** Bekbergenov D. K., Savich I. N., Mustafin V. I., Boyandinova A. A., Zhanakova R. K. Computer modeling of ore drawing from asymmetric drawpoints in secondary extraction of ore reserves from a safety pillar in the caved zone at the Zhezkazgan deposit. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2026;(4):151-168. [In Russ]. DOI: 10.25018/0236\_1493\_2026\_4\_0\_151.

---

## Введение

На протяжении 90-летней истории освоения Жезказганского месторождения применение камерно-столбовой системы разработки на шахте «Анненская» сопровождалось образованием обширных техногенных пустот, которые поддерживались междукамерными целиками (МКЦ) [1 – 3]. Основную нагрузку от горного давления при этом воспринимали барьерные целики (БЦ).

Ввиду наличия угла наклона рудных залежей МКЦ под воздействием вышележащей толщи начинали деформироваться [4 – 6]. С течением времени количество ослабленных зон возрастало, что в итоге привело к резкому ухудшению геомеханической обстановки, потере устойчивости и разрушению несущих конструктивных элементов системы разработки, вызвав тем самым локальные и площадные проседания массива с выходом обрушения на дневную поверхность [7 – 9].

Объем запасов руды в обрушенных зонах Жезказганских месторождений сопоставим с запасами таких месторождений, как Нурказган, Жаман Айбат и Жиландинская группа, которые обеспечивают производственные мощности всего горнорудного комплекса ТОО «Корпорация Казахмыс».

В условиях истощения минерально-сырьевой базы важнейшим и перспективным направлением устойчивого развития горного производства становится не только освоение новых участков, но и повторная отработка техногенных ресурсов, сосредоточенных в БЦ [10 – 12]. Доля этих списываемых запасов при отработке камерно-столбовой системой на Жезказганском месторождении составляет порядка 25 – 30%.

Развитие информационных и цифровых технологий позволяет применять компьютерное моделирование [13 – 15] для решения прикладных инженерных

задач, что дает возможность проводить расчеты с большими массивами данных, быстро получать итоговые показатели и анализировать изменения параметров модели [16].

## Методика анализа гранулометрического состава рудной массы

Исходя из общего распределения отделильностей в известных фракционных интервалах размер средневзвешенного куска находится по следующей формуле:

$$x = \frac{(a_1 w_1 + a_2 w_2 + a_3 w_3 + \dots + a_n w_n)}{w_1 + w_2 + w_3 + \dots + w_n} \quad (1)$$

где  $x$  – средневзвешенный размер, мм;  $a_1, a_2, a_3, a_n$  – средний размер кусков, мм;  $w_1, w_2, w_3, w_n$  – процентное содержание фракций в составе рудной массы, %.

Степень неоднородности гранулометрического состава  $C_U$ , (дол. ед.) определяется по формуле:

$$C_U = \frac{d_{60}}{d_{10}}, \quad (2)$$

где  $d_{60}, d_{10}$  – диаметры частиц, меньше которых в сыпучей среде содержится соответственно 60 и 10% частиц.

Гранулометрический состав отбитой руды классифицируется как однородный при условии  $C_U \leq 3$ ; если  $C_U > 3$ , то рудная масса, полученная в результате отбойки, неоднородна. С увеличением однородности гранулометрического состава величина  $C_U$  уменьшается.

По характеру кривизны кумулятивной кривой также можно определить степень однородности частиц, слагающих рудную массу. Если кривая сильно вытянута по вертикальной оси, то полученный гранулометрический состав однороден, если вытянутость кривой наблюдается по горизонтальной оси – неоднороден.

## Методика компьютерного моделирования выпуска руды

Исследование процесса выпуска руды из асимметричных воронок при повторной отработке барьерных целиков в обрушенной зоне осуществляли с помощью компьютерной программы стохастического моделирования Minescad, разработанной в Московском горном институте [4–6].

В основу программы заложены методологические принципы моделирования, теоретические и эмпирические закономерности истечения сыпучих сред, полученных в результате научной и исследовательской деятельности известных ученых предметной области: В.В. Куликова [7], В.А. Горбунова [8], Е.В. Кузьмина [9], С.М. Чурсина [10] и др. [11].

Работа программы начинается с того, что весь объем моделируемого блока разбивается на равные элементарные объемы (ячейки или воксели), имитирующие отдельные куски рудной массы. Ячейкам задаются определенные геометрические параметры, соответствующие средневзвешенному размеру куска отбитой руды, присваиваются пространственные координаты и содержание полезного компонента с помощью цветовых атрибутов. Матрица выпуска формируется послойно, при этом все ячейки, расположенные в слое, по умолчанию содержат ключевой признак принадлежности «ячейка–массив», «ячейка–пустое пространство» или «ячейка–руда» [9].

При инициации процесса обрушения и выпуска рудной массы происходит перемещение ячеек по определенному вероятностному алгоритму, основанному на принципе распределения вероятностей, предложенном профессором В.В. Куликовым [7]:

$$P_9 = 1 - 0,276 S, \quad (3)$$

$$P_{18} = \frac{0,276}{8S}, \quad (4)$$

где  $P_9$  – вероятность выхода центрального элементарного объема (вокселя);  $P_{18}$  – вероятность выхода боковых вокселей;  $S$  – сыпучесть рудной массы.

Декомпозиция модели представляет собой последовательность базовых функциональных паттернов: после удаления ячейки в нижнем слое образуется пустая ячейка, место которой с определенной (в зависимости от сыпучих свойств моделируемого материала) вероятностью будет занята одной из девяти ближайших ячеек следующего слоя, расположенных над пустым пространством. После вычисления такой ячейки включается логика процесса перемещения, которая меняет местами характеристики ячеек, участвующих в расчете. Дальнейшие итерации замещения происходят аналогичным образом в границах блока, установленных вручную. Описанный процесс реализуется математически, с помощью метода статистических испытаний (Монте-Карло) [12–13], следующим образом: пусть  $A_1, A_2, A_3 \dots A_n$  – полная группа событий, наступающих с вероятностью  $P_1, P_2, P_3 \dots P_n$  (т.е.  $P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_n = 1$ ), и  $\xi$  – случайная величина, имеющая равномерное распределение в интервале (0, 1). Для каждого генерируемого значения  $R_j$  (реализации  $\xi$ ) определяется событие  $A_m$  ( $m = 1, 2, \dots, n$ ), такое что:

$$I_{m-1} \leq R_j < I_m, \quad (5)$$

где  $I_r = \sum_{i=1}^r P_i$  – кумулятивная (накопленная) вероятность событий с индексами от 1 до  $r$ .

Тогда вероятность события  $A_m$

$$P(A_m) = I_m - I_{m-1} = P_m, \quad (6)$$

Таким образом, происходит пошаговый выбор значений  $R_i$  и сравнение их с величинами  $I_r$ . Событие  $A_m$  оказывается исходом испытания, когда выполняется условие. При этом происходит переме-

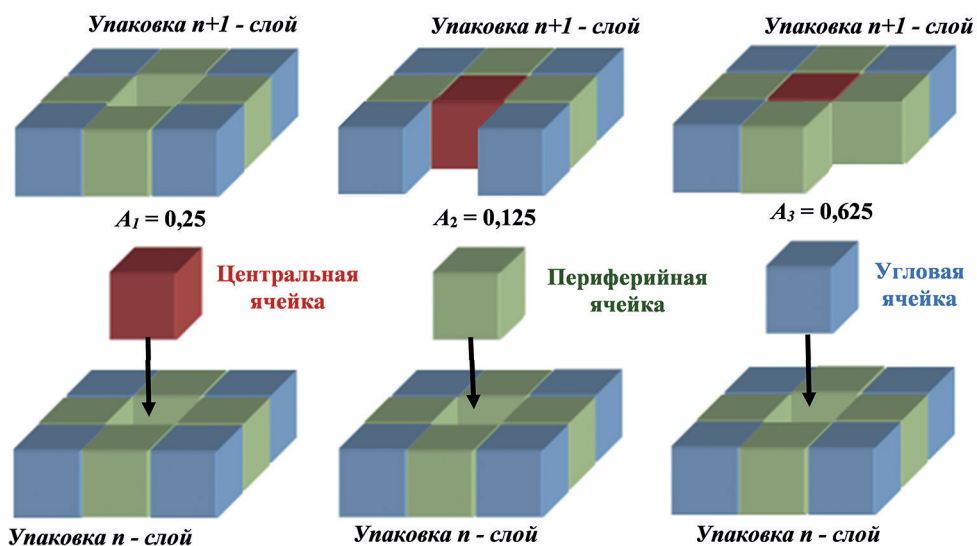


Рис. 1. Принципиальная схема и механизм перемещения вокселей в логике компьютерной программы моделирования выпуска руды

Fig. 1. The basic scheme and mechanism of moving voxels in the logic of a computer program for modeling ore production

щение вокселей посредством рокировки их начальных характеристик, визуализация процесса представляет собой движение массива и пустоты в противоположных друг другу направлениях, перпендикулярно горизонту.

В модели выход ячеек, расположенных симметрично относительно центра, равновероятен, т.е. матрица процесса может быть задана тремя относительными величинами — коэффициентами вероятности.

Каждая из девяти ячеек в составе упаковки может заполнить условную пустоту, при этом приоритет события, коэффициент 0,25, имеют соосные воксели, расположенные в центре, затем боковые ячейки — коэффициент 0,125, и наименьшая вероятность квазиперемещения у вокселей, находящихся в углах упаковки — 0,0625. Следует отметить, что коэффициенты заданы по умолчанию, однако в случае необходимости более точной настройки модели их значения возможно изменить вручную (рис. 1).

Корректировка коэффициентов требуется в случае существенного различия результатов компьютерного расчета и данных, полученных в ходе промышленных экспериментов и/или в лаборатории при моделировании выпуска на масштабных физических моделях с использованием эквивалентных и натуральных материалов, если валидность последних не вызывает сомнения и не требует дополнительного подтверждения.

С увеличением мощности современных компьютеров данный метод оценки стал быстрее, точнее, доступнее и проще традиционного моделирования процесса истечения сыпучих сред в поле силы тяжести [14–16]. Об этом свидетельствует его повсеместное применение в современной практике зарубежных предприятий [17–18].

Опции программы позволяют: менять основные параметры рудного тела; управлять качественным составом отбитой руды; интерактивно регулировать расположение выработок, задавать по-



Рис. 2. Фотоснимки навалов рудной массы в очистных забоях Жезказганского подземного рудника  
 Fig. 2. Photographs of ore piles in the cleaning faces of the Zhezkazgan underground mine

следовательность и критерии выпуска; отслеживать траектории «трек-маячков»; наблюдать за процессом выпуска в режиме реального времени, автоматически строить разрезы и визуализировать характер истечения внутри блока; составлять табличные и графические отчеты с итоговыми результатами [19–20].

Для создания компьютерной модели исследуемого объекта необходимо вручную задавать следующие параметры: угол залегания; мощность рудного тела; длина по падению; толщина отбиваемых слоев и их количество; средневзвешенный размер куска руды и породы; распределение качественных характеристик руды; толщина породной подушки; толщины торцевого и боковых контактов с вмещающими породами; расположение и параметры выпускающих

выработок; величина заглубления ковша и его объем и др. [21–23].

После задания параметров программа отстраивает модель рудного тела, а затем выполняется расчет движения руды под собственным весом, и на основе анализа представленных графиков производится оценка характеристик выбранной схемы выпуска [24–26]. При необходимости моделирование можно прервать или остановить на любой стадии, например, для регулирования конструктивных или технологических параметров системы [27–29].

#### **Анализ результатов исследования**

Определение фактического размера средневзвешенного куска рудной массы и характера распределения фракций различной крупности в объеме выпускаемого слоя на подземном руднике

Таблица 1

**Ориентировочный гранулометрический состав отбитой руды при скважинной отбойке**

**Approximate granulometric composition of the broken ore during well breaking**

Размер кусков, м	min	med	max	Содержание, %
Негабариты	1	1,35	1,7	5
	0,7	0,85	1	5
Крупная фракция	0,3	0,35	0,4	35
	0,6	0,65	0,7	
	0,45	0,5	0,55	
Средняя фракция	0,25	0,275	0,3	25
Мелкая фракция	0,01	0,13	0,25	30
				100

производили по оценкам специалистов предприятия (рис. 2).

Согласно заданным геомеханической службой интервалам отдельности распределялись на фракции в соответствии с классом крупности (табл. 1).

На основании полученных данных расчетным путем определяется средне-взвешенный диаметр куска и степень неоднородности рудной массы. Первый показатель существенно влияет на характер истечения сыпучей среды, по-

этому исследованию на компьютерной модели проводились с его учетом.

На рис. 3 представлена обобщающая гистограмма распределения фракций в отбитой рудной массе.

В рудной массе преобладают фракции в диапазоне 300÷700 мм (около 35%), что характерно для нормального дробления, в то же время содержание кусков размером менее 250 мм составляет 30%, от 250 до 300 мм ~25%, оставшиеся 1% приходится на отдельности

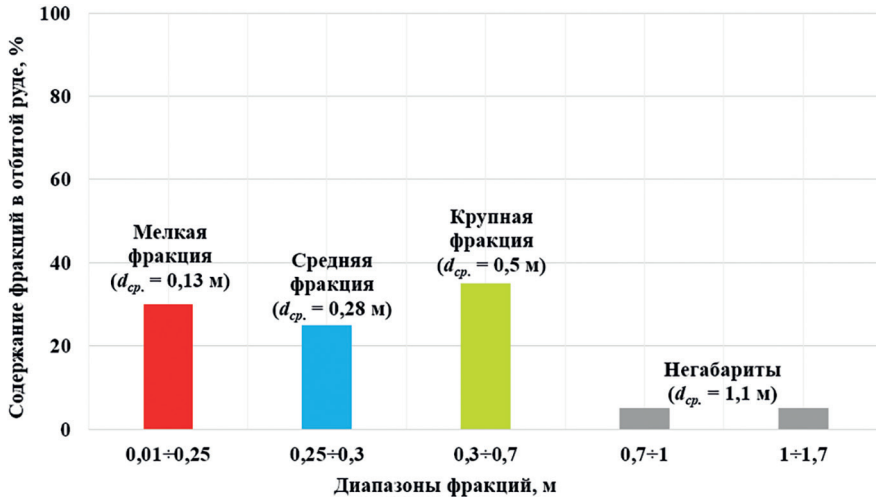


Рис. 3. Графическое представление гранулометрического состава рудной массы с указанием средних размеров кусков в рассматриваемых интервалах фракций

Fig. 3. Graphical representation of the granulometric composition of the ore mass, indicating the average size of the pieces in the considered fraction intervals

Таблица 2

**Расчет степени фракционированности (неоднородности)**  
**Calculation of the degree of fractionation (heterogeneity)**

Степень фракционированности	$C_u$	$d_{60}$	0,35
Однородный грансостав	$\leq 3$	$d_{10}$	0,07
Неоднородный грансостав	<b>&gt; 3</b>		<b>5</b>

с размерами 700÷1700 мм, т.е. негабариты.

Анализ фракционного состава отбитой руды с достаточной степенью достоверности позволяет установить средние значения содержания различных фрак-

ций и средневзвешенный размер куска отбитой руды, который составляет – 393 мм (~0,4 м).

Для пересчета содержаний отдельных фракций в рудной массе, а также определения степени фракционирован-

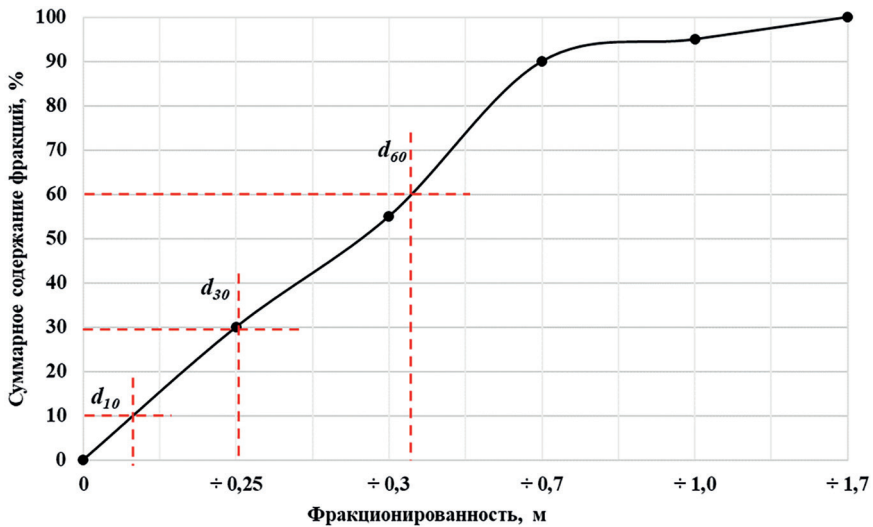


Рис. 4. Кумулятивная кривая неоднородности рудной массы  
 Fig. 4. Cumulative curve of ore mass heterogeneity

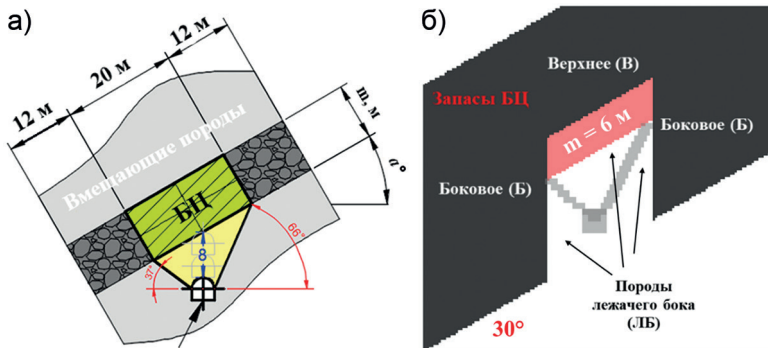
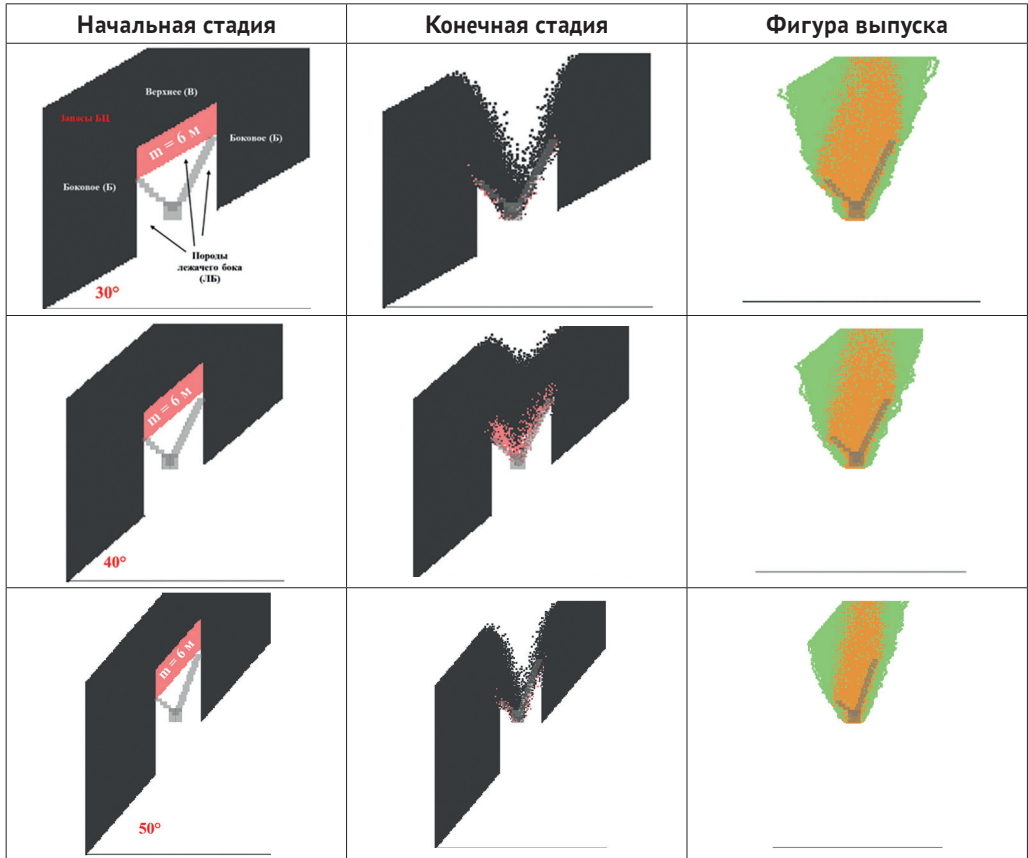


Рис. 5. Принятая схема моделирования (слева) и ее визуализация в программе Minecad (справа)  
 Fig. 5. The adopted modeling scheme (left) and its visualization in the «Minecad» program (right)

Таблица 3

**Результаты компьютерного моделирования выпуска руды из асимметричных воронок при мощности пласта 6 м**

**Results of computer modeling of ore release from asymmetric funnels with a seam thickness of 6 m**

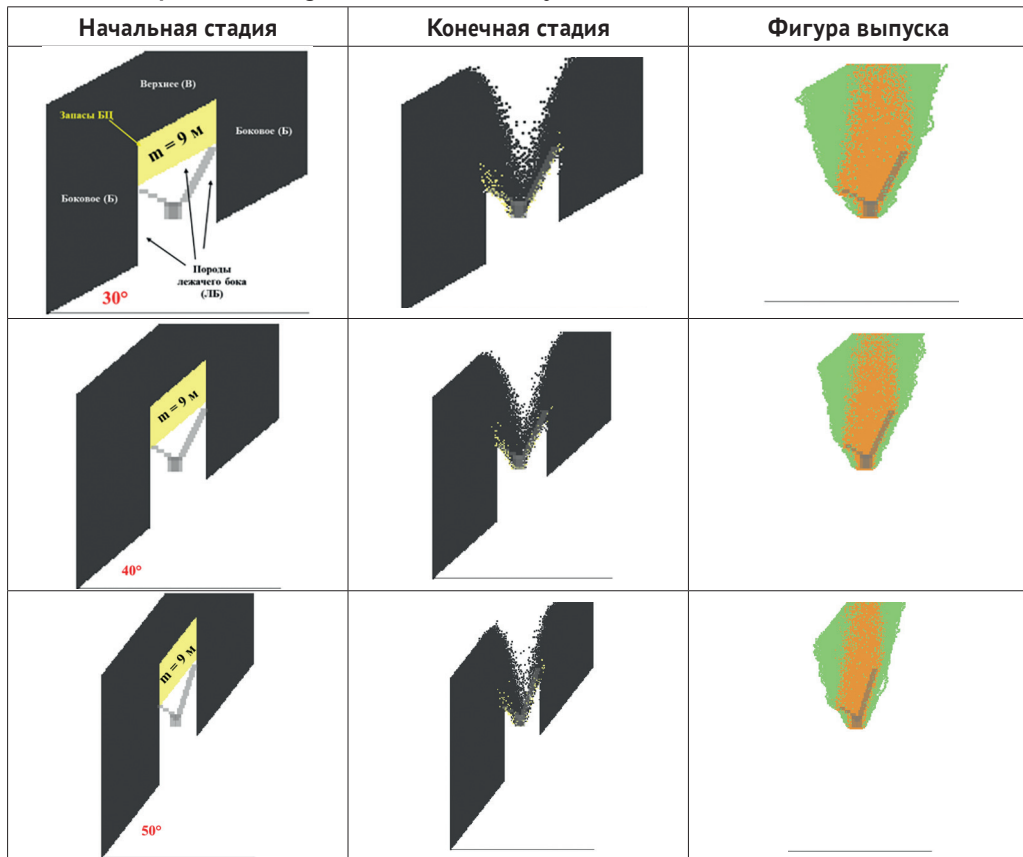


Показатели извлечения	Угол залегания пласта, $\alpha^\circ$		
	30	40	50
Объем выпущенной руды (красный цвет), м <sup>3</sup>	340,31	338,56	337,49
Объем выпущенных пород из верхнего и боковых контактов (черный цвет), м <sup>3</sup>	557,47	487,41	366,44
Объем выпущенных пород лежачего бока (белый цвет), м <sup>3</sup>	438,4	394,86	487,41
Потери, %	5,47	5,96	6,25
Разубоживание В+Б, %	62,09	59,01	59,09
Разубоживание ЛБ, %	56,30	53,84	52,06
Разубоживание В+Б+ЛБ, %	74,53	72,27	71,67
Коэффициент извлечения, доли ед.	0,945	0,940	0,937
Коэффициент выхода рудной массы (при отдельной выемке), доли ед.	2,494	2,294	2,291

Таблица 4

**Результаты компьютерного моделирования выпуска руды из асимметричных воронок при мощности пласта 9 м**

**Results of computer modeling of ore release from asymmetric funnels with a seam thickness of 9 m**



Показатели извлечения	Угол залегания пласта, $\alpha^\circ$		
	30	40	50
Объем выпущенной руды (желтый цвет), м <sup>3</sup>	489,05	491,04	504,09
Объем выпущенных пород из верхнего и боковых контактов (черный цвет), м <sup>3</sup>	497,31	447,72	517,25
Объем выпущенных пород лежачего бока (белый цвет), м <sup>3</sup>	424,26	371,14	384,81
Потери, %	9,44	9,07	6,65
Разубоживание В+Б, %	50,42	47,69	50,64
Разубоживание ЛБ, %	46,45	43,05	43,29
Разубоживание В+Б+ЛБ, %	65,33	62,51	64,15
Коэффициент извлечения, доли ед.	0,906	0,909	0,934
Коэффициент выхода рудной массы (при отдельной выемке), доли ед.	1,83	1,74	1,89

Таблица 5

**Результаты компьютерного моделирования выпуска руды из асимметричных воронок при мощности пласта 12 м**

**Results of computer modeling of ore release from asymmetric funnels with a seam thickness of 12 m**

Начальная стадия	Конечная стадия	Фигура выпуска

Показатели извлечения	Угол залегания пласта, $\alpha^\circ$		
	30	40	50
Объем выпущенной руды (зеленый цвет), м <sup>3</sup>	674,1	675,82	677,72
Объем выпущенных пород из верхнего и боковых контактов (черный цвет), м <sup>3</sup>	577,46	565,65	573,02
Объем выпущенных пород лежачего бока (белый цвет), м <sup>3</sup>	387,26	385,27	397,5
Потери, %	6,38	6,14	5,87
Разубоживание В+Б, %	46,14	45,56	45,81
Разубоживание ЛБ, %	36,49	36,31	36,97
Разубоживание В+Б+ЛБ, %	58,87	58,46	58,88
Коэффициент извлечения, доли ед.	0,936	0,939	0,941
Коэффициент выхода рудной массы (при отдельной выемке), доли ед.	1,74	1,72	1,74

ности (однородности) необходимо построить кумулятивную кривую гранулометрического состава (рис. 4), характеризующую исследуемую сыпучую среду. По оси абсцисс задаются диаметры кусков (мм), по оси ординат — их процентное суммарное содержание в отбитой рудной массе.

В табл. 2 произведен расчет коэффициента неоднородности рудной массы, согласно представленной выше методике.

Коэффициент неоднородности гранулометрического состава равен —  $C_U = 5$ .

Таким образом, грансостав рудной массы, получаемый в результате отбойки на исследуемом объекте, является неоднородным, что в свою очередь снижает эффективность процесса выпуска

рудной массы при системах с обрушением.

Выпуск руды происходит из условных выработок, расставленных перед запуском симуляции в соответствии с принятой схемой (см. рис. 5).

По мере выемки рассчитывается как среднее содержание полезного компонента в дозе, так и объем выпущенной руды определенного содержания.

Затем по полученным на моделях результатам устанавливаются показатели извлечения (см. табл. 3–5).

При моделировании выпуска запасов барьерного целика мощностью 6 м из асимметричных воронок и регулировании угла наклона залежи от 30 до 50° с шагом в 10° потери варьировались

Таблица 6

**Результаты сравнительной оценки всей серии экспериментов на компьютерных моделях по показателям извлечения**  
**Results of a comparative assessment of the entire series of experiments on computer models based on extraction indicators**

Потери руды, %	Угол залегания пласта, $\alpha^\circ$			Мощность пласта, м	Рейтинг-матрица		
	30	40	50		1	3	5
	5,47	5,96	6,25	6	1	3	5
	9,44	9,07	6,65	9	9	8	7
	6,38	6,14	5,87	12	6	4	2
Разубоживание В+Б, %	Угол залегания пласта, $\alpha^\circ$			Мощность пласта, м	Рейтинг-матрица		
	30	40	50		9 <th>7</th> <th>8</th>	7	8
	62,09	59,01	59,09	6	9	7	8
	50,42	47,69	50,64	9	5	4	6
	46,14	45,56	45,81	12	1	2	3
Коэффициент извлечения, доли ед.	Угол залегания пласта, $\alpha^\circ$			Мощность пласта, м	Рейтинг-матрица		
	30	40	50		1 <th>3</th> <th>5</th>	3	5
	0,945	0,940	0,937	6	1	3	5
	0,906	0,909	0,934	9	9	8	7
	0,936	0,939	0,941	12	6	4	2
Коэффициент выхода рудной массы, доли ед.	Угол залегания пласта, $\alpha^\circ$			Мощность пласта, м	Рейтинг-матрица		
	30	40	50		8 <th>7 <th>6</th> </th>	7 <th>6</th>	6
	2,494	2,294	2,291	6	8	7	6
	1,827	1,738	1,891	9	4	3	5
	1,738	1,724	1,737	12	3	1	2

от 5,47 до 6,25%, а разубоживание от верхних и боковых пород (В+Б) уменьшалось с 56,3 до 52,06% соответственно. Аналогичным образом сокращалось количество пустой породы лежачего бока (ЛБ), извлекаемой отдельно с рудой.

Наибольший коэффициент выхода рудной массы составил 2,49 при угле 30°, наименьший – 2,29 для участков, залегающих под углом 50°. В варианте с 9-метровыми целиками потери варьировались зеркально предыдущей серии опытов, от 6,65 до 9,44%, где наименьшее значение соответствовало углу в 50°, а наибольшее – в 30°. При этом

уровень разубоживания от верхних и боковых пород находился в диапазоне 47,69÷50,64%. Изменение угла наклона в большую или меньшую сторону от 40° ведет к ухудшению этого показателя и коэффициента выхода рудной массы. Формирование днища вовлекает 43,05÷46,45% пустых пород, предназначенных для отдельной выемки. Для пласта мощностью 12 м при изменении угла падения от 30° до 50° установлены следующие показатели: потери руды составили 5,87÷6,38%, с минимумом при угле залегания 50°; разубоживание боковыми и висячим боками варьиро-

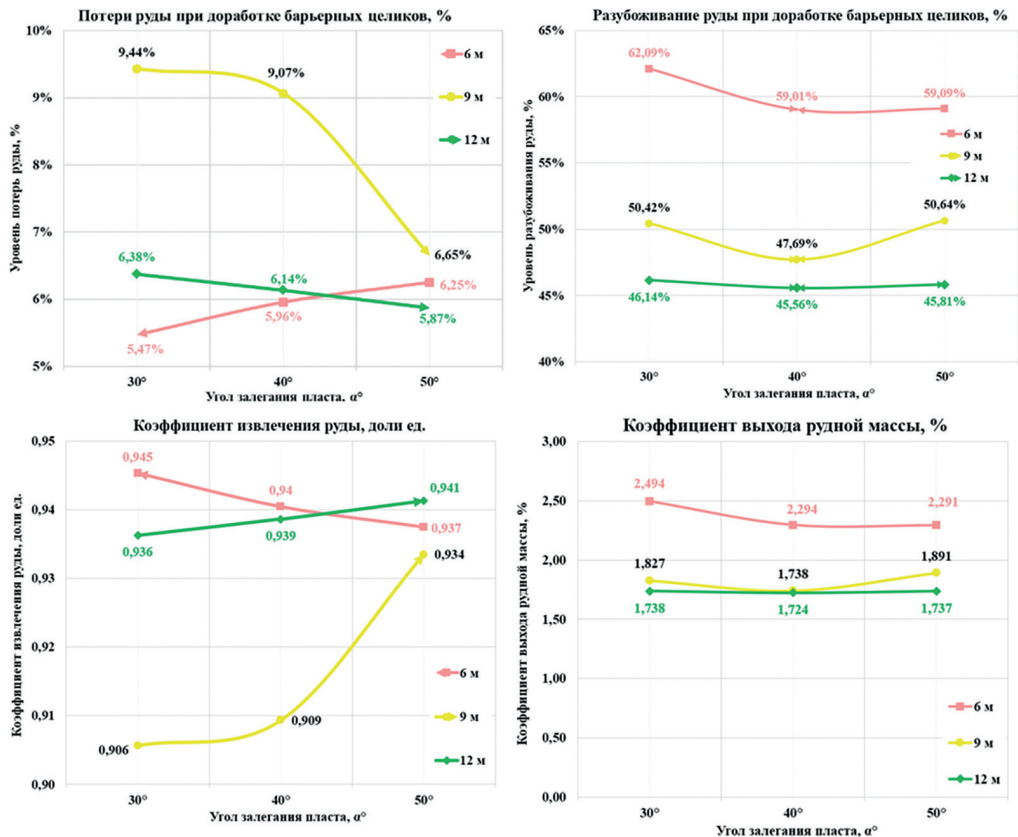


Рис. 6. Итоговые уровни потерь и разубоживания, результирующие значения коэффициентов извлечения и выхода рудной массы при доработке БЦ мощностью 6÷12 м и изменения угла залегания рудного тела от 30° до 50°

Fig. 6. Final levels of losses and dilution, resulting values of recovery factors and ore mass yield during processing of 6÷12 m thick BC and changing the ore body dip angle from 30° to 50°

валось в пределах 45,56–46,14%, достигая наименьшего значения при угле 40°; доля отдельно извлекаемой пустой породы лежачего бока изменялась незначительно от 36,31% (40°) до 36,97% (50°). Коэффициент выхода рудной массы находился в узком диапазоне 1,72÷÷1,74, с максимальным значением при углах 30° и 50°.

### Обсуждение

Итоговые результаты сравнительной оценки всех рассмотренных вариантов моделей при варьировании вертикальной мощностью БЦ в диапазоне 6÷12 м и изменения угла залегания рудного тела от 30° до 50° по показателям извлечения руды (потерям, разубоживанию, коэффициентам извлечения и выхода рудной массы) представлены в табл. 6 и в графическом виде на рис. 6.

### Выводы

Анализ гранулометрического состава отбитой руды на Жезказганском руднике показывает, что в рудной массе преобладают фракции в диапазоне 300÷÷700 мм (около 35%), что характерно для нормального дробления, в то же время содержание кусков размером менее 250 мм составляет 30%, от 250 до 300 мм ~25% оставшееся 10% приходится на отдельности с размерами 700÷1700 мм, т.е. негабариты. Расчетами установлены средние значения содержания различных фракций и средневзвешенный размер куска отбитой руды, который составляет 393 мм. Вместе с этим кусковатость, получаемая в результате отбойки на исследуемом объекте, является неоднородной, что в свою очередь снижает эффективность процесса выпуска рудной массы при системах с обрушением.

Сравнительная оценка всех рассмотренных вариантов моделей демонстрирует, что увеличение мощности с 6 до

12 м оказывает положительное влияние на показатели извлечения:

- по такому критерию, как потери руды, минимальный уровень (~5÷6%) достигается при отработке маломощной 6-метровой залежи при углах залегания от 30° до 40°, а при увеличении угла предпочтительнее будут участки с большей мощностью, в данном случае не менее 12 м.

- разубоживание руды боковыми и верхними породами снижается на 6÷10%, уменьшается выход вмещающих пород в составе рудной массы на единицу извлеченной руды, с 2,29÷2,49 до 1,72÷÷1,74, и общие объемы пустых пород, подлежащих отдельной выемке при формировании выпускных выработок в лежачем боку залежи, что свидетельствует о более рациональном использовании запасов.

- варьирование угла залегания в диапазоне 30÷50° характеризуется нелинейным и разнонаправленным влиянием на показатели извлечения. Так, при  $m = 6$  м минимальные потери (5,47%) достигнуты при  $\alpha = 30^\circ$ , при  $m = 9$  и 12 м — при  $\alpha = 50^\circ$  (6,65% и 5,87% соответственно). Анализ результатов показывает, что минимальный уровень разубоживания достигается при  $m = 12$  м и  $\alpha = 40^\circ$  (45,56%).

- максимальный коэффициент выхода рудной для пластов  $m = 6$  м и  $m = 9$  м наблюдается при  $\alpha = 30^\circ$  (2,49) и  $\alpha = 50^\circ$  (1,89) соответственно, а для  $m = 12$  м экстремумы сглажены.

Таким образом, мощность пласта является ключевым фактором, определяющим уровни потерь и разубоживания при выпуске и влияющим на его эффективность. В меньшей степени показатели извлечения зависят от угла наклона залежи.

Наилучшие интегральные результаты получены для максимальной моделируемой мощности в 12 м.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бекбергенов Д. К., Толысбаев А. К. Зарубежная практика и подземная разработка Жезказганского месторождения камерно-столбовой системой / Материалы Международной научно-технической практической конференции «Горные науки в индустриально-инновационном развитии страны», посвященной 70-летию Института горного дела им. Д.А. Кунаева: Труды, Научно-техническое обеспечение горного производства, Т. 87. — Алматы, 2015. — С. 440—447.
2. Бекбергенов Д. К., Джангулова Г. К., Жанакова Р. К. Возможность повторной выемки руд из междукламерных целиков с полевой подготовкой в условиях обрушенной зоны с мульдой сдвигения залежей // Вестник МГТУ им. Г.И. Носова. — 2024. — Т. 22. — № 3. — С. 22—30.
3. Бекбергенов Д. К., Зейнуллин А. А. Развитие технологии повторной добычи руды из междукламерных целиков, оставленных в зонах обрушения на завершающей стадии отработки Жезказганского месторождения // Горный информационно-аналитический бюллетень. — 2025. — СВ 4. — 20 с.
4. Гагиев Т. А. Обоснование проектных решений при выпуске руды под обрушенными породами: автореф. дис. ... канд. техн. наук. — М.: МГГУ, 2011. — 22 с.
5. Зенько Д. К. Обоснование параметров технологии торцевого выпуска при регулировании гранулометрического состава руды: автореф. дис. ... канд. техн. наук. — М.: МГГУ, 2002. — 20 с.
6. Мустафин В. И. Обоснование параметров этажного торцевого выпуска руды при двухъярусном расположении буродоставочных выработок: автореф. дис. ... канд. техн. наук. — М.: НИТУ МИСиС, 2015. — 24 с.
7. Куликов В. В. Выпуск руды. — М.: Недра, 1980. — 303 с.
8. Горбунов В. А. Методика стохастического моделирования выпуска руды на ЭВМ: автореф. дис. ... канд. техн. наук. — М.: МГИ, 1972. — 18 с.
9. Кузьмин Е. В. Совершенствование и использование стохастического моделирования выпуска руды: автореф. дис. ... канд. техн. наук. — М.: МГИ, 1974. — 21 с.
10. Чурсин С. М. Изучение закономерностей истечения руды на базе моделирования на ЭВМ / Тезисы докладов региональной научно-методологической конференции. — Каратау, 1991. — С. 158.
11. Журкина Д. С., Лавриков С. В., Лукичев С. В., Ревуженко А. Ф. Применение стохастических методов клеточных автоматов для моделирования технологических схем добычи полезных ископаемых с выпуском / Тезисы докладов VI Всероссийской научно-технической конференции с участием иностранных специалистов «Цифровые технологии в горном деле». — Апатиты: Изд-во ФИЦ КНЦ РАН, 2025. — С. 29—30.
12. Pourrahimian Y. Stochastic optimization of long-term block cave scheduling with hang-up and grade uncertainty // International Journal of Mining, Reclamation and Environment. 2020, vol. 34, no. 7, pp. 491—512. DOI: 10.1080/17480930.2019.1598437.
13. Yasbolaghi H., Pourrahimian Y. Gravity flow: Stochastic modelling for mining optimisation / Proceedings of the 53rd Annual Conference on Canadian Mineral Processors. 2021, pp. 451—465.
14. Malaki S., Pourrahimian Y. Footprint calculation for block-cave mining under grade uncertainty. Mining Optimization Laboratory (MOL), University of Alberta. Report Six. 2015, pp. 305-1—305-18.
15. Лаптев В. В. Анализ исследований в области компьютерного моделирования процесса выпуска руды для систем разработки с обрушением руды и вмещающих пород // Проблемы недропользования. — 2018. — № 2. — С. 107—112. DOI: 10.25635/2313-1586.2018.02.107.
16. Dorador L., Eberhardt E., Elmo D., Aguayo A. Assessment of broken ore density variations in a block cave draw column as a function of fragment size distributions and fines migration / Proceedings of the 3rd International Symposium on Block and Sublevel Caving. Santiago, Chile. 2014, pp. 1—8.
17. Ахпашев Б. А., Голованов А. И., Демченко И. И. Физико-математическое моделирование выпуска руды под обрушенными породами при отработке междуэтажных целиков при этажно-камерной системе разработки // Маркшейдерия и недропользование. — 2025. — Т. 25. — № 2. — С. 26—32. DOI: 10.56195/20793332-2025-25-2-26-32.
18. Khodayari F., Diering T. Material flow simulation using marker mixing / Caving 2022: Proceedings of the Fifth International Conference on Block and Sublevel Caving. Adelaide, Australia. 2022, pp. 1387—1396. DOI: 10.36487/ACG\_repo/2205\_96.
19. Khodayari F., Pourrahimian Y. Mathematical programming applications in block-caving scheduling: A review of models and algorithms // International Journal of Mining and Mineral Engineering. 2015, vol. 6, no. 3, pp. 234—257. DOI: 10.1504/IJMME.2015.071905.

20. Yi C., Johansson D., Wimmer M., Nordqvist A., San Miguel C. R. Numerical modelling of fragmentation by blasting and gravity flow in sublevel caving mines / Caving 2022: Proceedings of the Fifth International Conference on Block and Sublevel Caving, Adelaide, Australia. 2022, pp. 964–974. DOI: 10.36487/ACG\_repo/2205\_66.

21. Koch L. A., Ladinig T., Wimmer M., Wagner H., Grynienko M. Key issues related to ore flow in raise caving / Caving 2022: Proceedings of the Fifth International Conference on Block and Sublevel Caving, Adelaide, Australia. 2022, pp. 1397–1410. DOI: 10.36487/ACG\_repo/2205\_97.

22. Castro R., Hekmat A., Fuentes M., Armijo F., Rodriguez F. FlowSim – A versatile flow simulation tool to quantify extraction and design alternatives for block caving / Proceedings of MassMin 2016, Sydney, Australia: The Australian Institute of Mining and Metallurgy. 2016, pp. 645–652.

23. Melo F., Vivanco F., Fuentes C. Numerical simulation of gravity flow in sublevel caving based on polyhedron DEM / Proceedings of the 8th International Conference & Exhibition on Mass Mining. 2020.

24. Клишин С. В. Моделирование площадного выпуска сыпучих сред из камер методом дискретных элементов с учетом несферической формы частиц // Фундаментальные и прикладные вопросы горных наук. – 2019. – Т. 6. – № 2. – С. 118–123. DOI: 10.15372/FPVGN2019060221.

25. Nelmark K., Pourrahimian Y. A guideline to block-cave production scheduling graphical user interface. Mining Optimization Laboratory (MOL), University of Alberta. Report Six. 2015.

26. Rahimi E., Pourrahimian Y., Ghasemi E. Long term production scheduling optimization in sublevel caving mining method / Proceedings of the 28th International Symposium on Mine Planning and Equipment Selection (MPES 2019). 2019, pp. 209–219.

27. Salama A., Greberg J., Skawina K. Influence of boundary conditions in dem models of sublevel caving on dilution and recovery / Proceedings of the 6th International Conference & Exhibition on Mass Mining. 2022.

28. Wang C., Li X., Zhang S. Structural parameter optimization for large spacing sublevel caving in chengchao iron mine // Advances in Civil Engineering. 2021, vol. 2021, article 6620505. DOI: 10.1155/2021/6620505.

29. Yao Z., Li X., Li J. Gravity Flow and Fragmentation Modeling in Block Caving Santiago de Chile 2022 / Proceedings of the 5th International Conference on Block and Sublevel Caving. 2022, pp. 345–356. **МІАБ**

## REFERENCES

1. Bekbergenov D. K., Tolysbaev A. K. Foreign practice and underground mining of the Zhezkazgan deposit using the room-and-pillar system. *Materialy Mezhdunarodnoy nauchno-tekhnicheskoy prakticheskoy konferentsii «Gornye nauki v industrial'no-innovatsionnom razvitii strany», posvyashchenoy 70-letiyu Instituta gornogo dela im. D.A. Kunaeva. Trudy, Nauchno-tekhnicheskoe obespechenie gornogo proizvodstva* [Proceedings of the International Scientific and Technical Conference «Mining Sciences in the Industrial and Innovative Development of the Country» dedicated to the 70th anniversary of the D. A. Kunaev Institute of Mining], Almaty, 2015, vol. 87, pp. 440–447. [In Russ].

2. Bekbergenov D. K., Dzhangulova G. K., Zhanakova R. K. Possibility of secondary extraction of ore from inter-chamber pillars with field preparation under collapsed zone conditions with subsidence troughs. *Vestnik of Nosov Magnitogorsk State Technical University*. 2024, vol. 22, no. 3, pp. 22–30. [In Russ].

3. Bekbergenov D. K., Zeynullin A. A. Development of technology for secondary ore extraction from inter-chamber pillars left in collapse zones at the final stage of mining the Zhezkazgan deposit. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2025, special edition 4, 20 p. [In Russ].

4. Gagiev T. A. *Obosnovanie proektnykh resheniy pri vypuske rudy pod obrushennymi porodami* [Substantiation of design solutions for ore drawing under caved rocks], Candidate's thesis, Moscow, MGGU, 2011, 22 p.

5. Zen'ko D. K. *Obosnovanie parametrov tekhnologii tortsevogo vypuska pri regulirovanii granulometricheskogo sostava rudy* [Substantiation of parameters of face-end ore drawing technology with controlled granulometric composition], Candidate's thesis, Moscow, MGGU, 2002, 20 p.

6. Mustafin V. I. *Obosnovanie parametrov etazhnogo tortsevogo vypuska rudy pri dvukh"yarusnom raspolozhenii burodostavochnykh vyrabotok* [Substantiation of parameters of level end-draw ore extraction with two-tier arrangement of drilling and haulage workings], Candidate's thesis, Moscow, NITU MISIS, 2015, 24 p.

7. Kulikov V. V. *Vypusk rudy* [Ore drawing], Moscow, Nedra, 1980, 303 p.
8. Gorbunov V. A. *Metodika stokhasticheskogo modelirovaniya vypuska rudy na EVM* [Methodology of stochastic modeling of ore drawing using computers], Candidate's thesis, Moscow, MGI, 1972, 18 p.
9. Kuz'min E. V. *Sovershenstvovanie i ispol'zovanie stokhasticheskogo modelirovaniya vypuska rudy* [Improvement and application of stochastic modeling of ore drawing], Candidate's thesis, Moscow, MGI, 1974, 21 p.
10. Chursin S. M. Study of ore flow patterns based on computer modeling. *Tezisy dokladov regional'noy nauchno-metodologicheskoy konferentsii* [Abstracts of the Regional Scientific and Methodological Conference], Karatau, 1991, pp. 158. [In Russ].
11. Zhurkina D. S., Lavrikov S. V., Lukichev S. V., Revuzhenko A. F. Application of stochastic cellular automata methods for modeling mining schemes with ore drawing. *Tezisy dokladov VI Vserossiyskoy nauchno-tekhnicheskoy konferentsii s uchastiem inostrannykh spetsialistov «Tsifrovyye tekhnologii v gornom dele»* [Proceedings of the VI All-Russian Scientific and Technical Conference «Digital Technologies in Mining»], Apatity, 2025, pp. 29–30. [In Russ].
12. Pourrahimian Y. Stochastic optimization of long-term block cave scheduling with hang-up and grade uncertainty. *International Journal of Mining, Reclamation and Environment*. 2020, vol. 34, no. 7, pp. 491–512. DOI: 10.1080/17480930.2019.1598437.
13. Yasbolaghi H., Pourrahimian Y. Gravity flow: Stochastic modelling for mining optimisation. *Proceedings of the 53rd Annual Conference on Canadian Mineral Processors*. 2021, pp. 451–465.
14. Malaki S., Pourrahimian Y. *Footprint calculation for block-cave mining under grade uncertainty*. Mining Optimization Laboratory (MOL), University of Alberta. Report Six. 2015, pp. 305-1–305-18.
15. Laptev V. V. The Analysis of studies on the field of the ore draw process simulation for developing systems by caving of ore and enclosing rocks. *Problems of Subsoil Use*. 2018, no. 2, pp. 107–112. [In Russ]. DOI: 10.25635/2313-1586.2018.02.107.
16. Dorador L., Eberhardt E., Elmo D., Aguayo A. Assessment of broken ore density variations in a block cave draw column as a function of fragment size distributions and fines migration. *Proceedings of the 3rd International Symposium on Block and Sublevel Caving*. Santiago, Chile. 2014, pp. 1–8.
17. Akhpashev B. A., Golovanov A. I., Demchenko I. I. Physico-mathematical modeling of ore drawing under collapsed rocks during the development of inter-floor pillars with a floor-chamber mining system. *Mine Surveying and Subsurface Use*. 2025, vol. 25, no. 2, pp. 26–32. [In Russ]. DOI: 10.56195/20793332-2025-25-2-26-32.
18. Khodayari F., Diering T. Material flow simulation using marker mixing. *Caving 2022: Proceedings of the Fifth International Conference on Block and Sublevel Caving*. Adelaide, Australia. 2022, pp. 1387–1396. DOI: 10.36487/ACG\_repo/2205\_96.
19. Khodayari F., Pourrahimian Y. Mathematical programming applications in block-caving scheduling: A review of models and algorithms. *International Journal of Mining and Mineral Engineering*. 2015, vol. 6, no. 3, pp. 234–257. DOI: 10.1504/IJMM.2015.071905.
20. Yi C., Johansson D., Wimmer M., Nordqvist A., San Miguel C. R. Numerical modelling of fragmentation by blasting and gravity flow in sublevel caving mines. *Caving 2022: Proceedings of the Fifth International Conference on Block and Sublevel Caving*. Adelaide, Australia. 2022, pp. 964–974. DOI: 10.36487/ACG\_repo/2205\_66.
21. Koch L. A., Ladinig T., Wimmer M., Wagner H., Grynienko M. Key issues related to ore flow in raise caving. *Caving 2022: Proceedings of the Fifth International Conference on Block and Sublevel Caving*. Adelaide, Australia. 2022, pp. 1397–1410. DOI: 10.36487/ACG\_repo/2205\_97.
22. Castro R., Hekmat A., Fuentes M., Armijo F., Rodríguez F. FlowSim – A versatile flow simulation tool to quantify extraction and design alternatives for block caving. *Proceedings of MassMin 2016*. Sydney, Australia: The Australian Institute of Mining and Metallurgy. 2016, pp. 645–652.
23. Melo F., Vivanco F., Fuentes C. Numerical simulation of gravity flow in sublevel caving based on polyhedron DEM. *Proceedings of the 8th International Conference & Exhibition on Mass Mining*. 2020.
24. Klishin S. V. Modeling of the areal release of bulk media from chambers by the method of discrete elements taking into account the non-spherical shape of particles. *Mining sciences: fundamental and applied issues*. 2019, vol. 6, no. 2, pp. 118–123. [In Russ]. DOI: 10.15372/FPVGN2019060221.
25. Nelmark K., Pourrahimian Y. *A guideline to block-cave production scheduling graphical user interface*. Mining Optimization Laboratory (MOL), University of Alberta. Report Six. 2015.
26. Rahimi E., Pourrahimian Y., Ghasemi E. Long term production scheduling optimization in sublevel caving mining method. *Proceedings of the 28th International Symposium on Mine Planning and Equipment Selection (MPES 2019)*. 2019, pp. 209–219.

27. Salama A., Greberg J., Skawina K. Influence of boundary conditions in dem models of sublevel caving on dilution and recovery. *Proceedings of the 6th International Conference & Exhibition on Mass Mining*. 2022.

28. Wang C., Li X., Zhang S. Structural parameter optimization for large spacing sublevel caving in chengchao iron mine. *Advances in Civil Engineering*. 2021, vol. 2021, article 6620505. DOI: 10.1155/2021/6620505.

29. Yao Z., Li X., Li J. Gravity Flow and Fragmentation Modeling in Block Caving Santiago de Chile 2022. *Proceedings of the 5th International Conference on Block and Sublevel Caving*. 2022, pp. 345 – 356.

## ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

*Бекбергенов Досанбай Калдарбаевич*<sup>1</sup> — канд. техн. наук, зав. лабораторией, e-mail: kdbekbergen@mail.ru, ORCID ID: 0000-0001-6276-3474,

*Савич Игорь Николаевич* — д-р техн. наук, профессор, НИТУ МИСИС, e-mail: savichin@misis.ru, ORCID ID: 0000-0002-1237-0979,

*Мустафин Вадим Игоревич* — канд. техн. наук, доцент, НИТУ МИСИС, e-mail: v.mustafin@misis.ru, ORCID ID: 0000-0002-0405-9849,

*Бояндинова Асия Адылкановна*<sup>1</sup> — д-р техн. наук, доцент, ученый секретарь, e-mail: A.Boyandinova@mail.ru, ORCID ID: 0009-0001-5197-4599,

*Жанакова Раиса Кульмахановна* — PhD, ассоциированный профессор, Казахский национальный исследовательский технический университет имени К.И. Сатпаева, Алматы, Казахстан, e-mail: r.zhanakova@satbayev.university, ORCID ID: 0000-0003-0845-8449,

<sup>1</sup> Институт горного дела имени Д.А. Кунаева, Алматы, Казахстан.

**Для контактов:** Жанакова Р. К., e-mail: r.zhanakova@satbayev.university.

## INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

*D.K. Bekbergenov*<sup>1</sup>, Cand. Sci. (Eng.), Head of Laboratory, e-mail: kdbekbergen@mail.ru, ORCID ID: 0000-0001-6276-3474,

*I.N. Savich*<sup>2</sup>, Dr. Sci. (Eng.), Professor, e-mail: savichin@misis.ru, ORCID ID: 0000-0002-1237-0979,

*V.I. Mustafin*<sup>2</sup>, Cand. Sci. (Eng.), Assistant Professor, e-mail: v.mustafin@misis.ru, ORCID ID: 0000-0002-0405-9849,

*A.A. Boyandinova*<sup>1</sup>, Dr. Sci. (Eng.), Associate Professor, Scientific Secretary, e-mail: A.Boyandinova@mail.ru, ORCID ID: 0009-0001-5197-4599,

*R.K. Zhanakova*, PhD, Associate Professor, Satbayev University, Almaty, Kazakhstan, e-mail: r.zhanakova@satbayev.university, ORCID ID: 0000-0003-0845-8449,

<sup>1</sup> D.A. Kunaev Institute of Mining, 050046, Almaty, Kazakhstan,

<sup>2</sup> NUST MISIS, 119049, Moscow, Russia.

**Corresponding author:** R.K. Zhanakova, e-mail: r.zhanakova@satbayev.university.

Получена редакцией 12.11.2025; получена после рецензии 25.12.2025; принята к печати 10.03.2026.

Received by the editors 12.11.2025; received after the review 25.12.2025; accepted for printing 10.03.2026.